

学位論文題名

Affine geometry of space curves and homogeneous surfaces

(空間曲線と等質曲面のアフィン幾何学)

学位論文内容の要旨

In the recent 20 years, the study on affine homogeneous submanifolds as one of the most important submanifolds has aroused concern of geometers. In 1991, K. Nomizu and T. Sasaki completed the classification of homogeneous surfaces in the equiaffine 3-space. In 1994, H. L. Liu and C. P. Wang classified all the homogeneous surfaces in the centroaffine 3-space.

On the other hand, in 1997, R. Gardner and G. Wilkens studied centroaffine curves in \mathbb{R}^n using the classical Cartan approach to moving frames and gave the fundamental theorem for centroaffine curves, which ensures us to classify the centroaffine space curves by using the centroaffine curvatures up to the group $GL(n, \mathbb{R})$ of the centroaffine transformations. However, the classification problem for the centroaffine space curves is still open, even for the centroaffine homogeneous space curves in \mathbb{R}^3 .

In this thesis, we investigate the centroaffine space curves with constant centroaffine curvatures in \mathbb{R}^3 . We classify them and give their explicit expressions. Moreover, we find out each centroaffine space curve with constant centroaffine curvatures can be written as the orbit of a certain one-parameter subgroup of $GL(3, \mathbb{R})$. Thus we can treat them as nondegenerate centroaffine homogeneous curves. Furthermore, for each centroaffine homogeneous curve, we check if there is a nondegenerate centroaffine homogeneous surface such that the corresponding group contains exactly, as a subgroup, the one-parameter subgroup with respect to the homogeneous curve.

We obtain the similar results for equiaffine space curves with constant equiaffine curvatures.

At the end, we bring up a related topic of the centroaffine space curve theory, degenerate center maps. We investigate centroaffine ruled surfaces and determine such surfaces whose center map is degenerate. As a corollary, given a nondegenerate centroaffine space curve, we can construct a centroaffine ruled surface whose center map is precisely this curve.

学位論文審査の要旨

主 査	准教授	古 畑	仁
副 査	教 授	山 口	佳 三
副 査	教 授	泉 屋	周 一
副 査	教 授	石 川	剛 郎

学 位 論 文 題 名

Affine geometry of space curves and homogeneous surfaces

(空間曲線と等質曲面のアフィン幾何学)

博士学位論文審査等の結果について (報告)

アフィン空間内の曲面あるいは超曲面の研究は長い歴史があるにもかかわらず、曲線論については興味深い研究が多くなされているとは言えないのが実情である。そのような状況で、本論文では、とくに中心アフィン空間曲線論について、基本的かつ重要な問題が扱われている。 n 次元ベクトル空間内の非退化な曲線について、一般論により $n-1$ 個の中心アフィン不変量 (曲率関数) が定義され、これらによって曲線が決定できることが知られている。著者は、3次元ベクトル空間内の非退化な曲線で2つの曲率がともに定数であるものの表示をすべて具体的に求め、さらにそれぞれの曲線を含む等質曲面の例を構成した。等積アフィン幾何学においても同様な研究を行っている。

さらに、曲線論の研究を曲面論の研究に応用することにも成功している。中心アフィン曲面に対して中心写像なるものが定義され、その中心写像がもとの曲面と中心アフィン合同になるような曲面の研究が行われていた。そのような中で本論文では、中心写像が曲線に退化する場合の研究が行われた。すなわち、非退化な中心アフィン曲線が与えられたとき、それを中心写像に持つような線織面が存在することを示した。さらに、その線織面について曲線の第2曲率の積分を用いた具体的な表示を得た。

このように著者は、アフィン微分幾何学における曲線論・曲面論に新たな知見を与えたものであり、数学の深化に貢献するところ大なるものがある。よって、著者は北海道大学博士 (理学) の学位を授与される資格あるものと認める。