

## 学 位 論 文 題 名

## Kinetic Theory on Sound Waves

(音波に関する気体分子運動論解析)

## 学位論文内容の要旨

流体機械を扱う問題の多くは振動などをともなう非定常問題であり、その振動によって誘起される気体の流れもまた非定常である。非定常な気体の流れの重要なパターンの一つとして、音波があげられる。粒子速度と音速の比で定義される Mach 数 ( $Ma$ ) が 1 に比べて十分小さく、かつ、気体の粘性・熱伝導の効果が支配的でない場合、音波の振る舞いは線形化された Euler 方程式系によって記述される。さらに、線形化された Euler 方程式系は線形波動方程式に帰着させることができる。線形波動方程式の解法は広く知られており、容易に解くことができる。それゆえ、特定の非定常問題に対する解を得るためには、境界条件が本質的に重要となる。

気体が運動している場合、連続体を前提として成り立つ流体力学から、境界条件を導くことはできない。境界へ入射する気体分子集団と、境界で反射、あるいは、液体から気液界面を通して気体中へ出ていく気体分子集団は統計的性質が異なるため、一般に境界上で気体は非平衡となるからである。したがって、境界条件はより微視的な立場から導出されるべきものである。

単原子分子気体の微視的な振る舞いを決定する方程式として、気体分子の速度分布関数の時空間変化を支配する Boltzmann 方程式があげられる。境界が気液界面の場合、Boltzmann 方程式に対する境界条件、すなわち、気体論境界条件は分子動力学計算からすでに導かれている。また、境界が剛体壁で、境界を通して正味の質量輸送が生じない場合についても、拡散反射条件とよばれる気体論境界条件がよく知られている。定常問題に限定すれば、それら気体論境界条件を用いた Boltzmann 方程式の境界値問題の解析例は数多く、かつ、単原子分子気体の運動に関する様々な物理現象を網羅している。それらの解析結果の中で、特に工学上有用な知見の一つとして、気体分子の平均自由行程と系の代表長さの比で定義される Knudsen 数 ( $Kn$ ) が 1 に比べて十分小さい場合の解析結果があげられる。これによると、 $Kn$  が 1 に比べて十分小さい場合、気体の流れはほとんどの領域で流体力学の方程式系に従う。さらに、境界近傍の非平衡な領域 (Knudsen 層) の解析から、境界が気液界面の場合、流体力学の方程式系に対する速度のすべり・温度の跳びの境界条件が導かれ、それらの境界条件に含まれるすべりの係数に分子間相互作用の詳細な情報が集約される。境界が剛体壁の場合、速度のすべり・温度の跳びなしの境界条件がよい近似となることがわかっている。このように、Boltzmann 方程式の境界値問題を出発点として、 $Kn$  が 1 に比べて十分小さい場合の解析 (漸近解析) から流体力学の方程式系に対する境界条件が厳密に導かれてきた。しかしながら、本研究は工学上重要な水などの多原子分子系、かつ、非定常な気体の流れを対象とするため、上述の漸近解析の結果を使用することはできない。

多原子分子気体の微視的な振る舞いを決定する方程式は多原子分子型の ES-BGK Boltzmann 方程式とよばれる。これは分子同士の衝突のプロセスを簡略化したモデル方程式であるが、依然として複雑な非線形微分積分方程式である。また、Boltzmann 方程式の境界値問題は本質的に空間マルチスケール問題であり、扱う系全域を記述する簡潔な解の表現は期待できない。実際、解析的に解

を構成するための一般的な方法論は提出されていない。それゆえ、本研究が対象とする ES-BGK Boltzmann 方程式の非定常境界値問題を扱うためには、解析方法自体の構築から研究を開始する必要がある。

本論文の目的は、1.  $Kn$  が 1 に比べて十分小さく、かつ、 $Ma$  が  $Kn$  に比べて十分小さい場合の多原子分子、特に工学上重要な水の非定常蒸発・凝縮問題を扱うための一般的な理論的枠組を導出すること、2. その枠組の応用例の提示を通して、様々な応用問題への本枠組の適用可能性と蒸発・凝縮の境界条件の重要性を実証すること、である。

線形化された多原子分子型 ES-BGK Boltzmann 方程式の一般的な非定常境界値問題に対し、 $Kn$  が 1 に比べて十分小さく、かつ、 $Ma$  が  $Kn$  に比べて十分小さい場合の漸近解析を行い、数学的に厳密な手法を用いて流れ場の空間構造を抽出し、各空間スケールで成り立つ流体力学的方程式系およびそれらに対する境界条件を導出した。主要なオーダーにおいて、気体のほとんどの領域は線形化された Euler 方程式系に支配され、境界近傍に振動境界層および温度境界層が現れることを示した。さらに、境界のごく近傍には非平衡領域である Knudsen 層が現れ、適切な座標変換を用いることにより、ES-BGK Boltzmann 方程式の Knudsen 層内の解、および、それが導かれるのと同時に流体力学方程式系に対する境界条件が得られることを示した。その結果、主要なオーダーにおいて、気液界面では水のすべり係数を含む境界条件、剛体壁では速度のすべり・温度の跳びなしの境界条件が得られた。また、高次近似において、境界の曲率の影響の表出、希薄化の効果による流体力学方程式系からの逸脱、エネルギー等分配則の破綻を示した。

応用例として、音源と剛体壁面上に形成された薄い水液膜に挟まれた空間内を伝播する平面音波の問題を考え、ES-BGK Boltzmann 方程式の漸近解析結果を適用した。系は、気体の流れ場のほとんどの領域を支配する音波の領域、音源および気液界面近傍の温度境界層、気液界面近傍の Knudsen 層、熱伝導方程式によって支配される液体の 5 つの領域で構成される。気体中の各空間スケールの方程式の解を適切に接続し、気液界面における速度のすべり・温度の跳びの境界条件および質量・運動量・エネルギー流束の保存式をかいして気体と液体を接続する高度な連成問題を慎重に取り扱い、解を得るための方法論を提示した。さらに、得られた解から、界面での蒸発・凝縮が音波の振る舞いに強く影響を及ぼすことを明らかにし、蒸発・凝縮の境界条件の重要性を実証した。

本論文が提出した理論体系は、気液界面で蒸発・凝縮をともなう多原子分子気体の非定常流れに関する研究の基盤となりうるものであり、当該分野のさらなる発展に貢献できものと期待される。

本論文の構成は以下の通りである。第 1 章は序論である。第 2 章では本論文で扱う境界値問題、支配方程式である ES-BGK Boltzmann 方程式および一般化された気体論境界条件を提示する。第 3 章では線形化された多原子分子型 ES-BGK Boltzmann 方程式の漸近解析を行う。第 4 章では気液界面で蒸発・凝縮をともなう平面音波の解析を行う。結論は第 5 章に示される。

# 学位論文審査の要旨

主 査	教 授	渡 部 正 夫
副 査	教 授	大 島 伸 行
副 査	教 授	明 楽 浩 史
副 査	教 授	矢 野 猛 (大阪大学・大学院工学研究科)
副 査	名誉教授	藤 川 重 雄

## 学 位 論 文 題 名

### Kinetic Theory on Sound Waves

(音波に関する気体分子運動論解析)

流体機械を扱う問題の多くは、振動などをともなう非定常問題であり、その振動によって誘起される気体の流れもまた非定常である。非定常な気体の流れの重要なパターンの一つとして、非定常圧縮性流れ、すわなち、音波があげられる。粒子速度と音速の比で定義される Mach 数 ( $Ma$ ) が 1 に比べて十分小さく、かつ、気体の粘性・熱伝導の効果が支配的でない場合、音波の振る舞いは線形化された Euler 方程式系によって記述される。さらに、線形化された Euler 方程式系は線形波動方程式に帰着させることができる。音響現象の本質は線形波動方程式の境界値問題であり、境界値問題の数学的解法はすでに確立している。それゆえに、個々の実現象を解析する上で、領域の幾何形状と境界条件の選択が重要となる。しかしながら、領域内に気液界面が存在し、非定常な気体の流れに誘起され界面で蒸発・凝縮が生じる場合、どのような流体力学方程式系と境界条件を用いて流れ場を解析すればよいのかについての厳密な知見は未だ得られていない。そのため、工学上重要な蒸発・凝縮をともなう非定常圧縮性流れを解析するための理論的枠組みの提出が求められている。

本研究ではまず、線形化された多原子分子型 ES-BGK Boltzmann 方程式の一般的な非定常境界値問題に対し、気体分子の平均自由行程と代表長さの比で定義される Knudsen 数 ( $Kn$ ) が 1 に比べて十分小さく、かつ、 $Ma$  が  $Kn$  に比べて十分小さい場合の漸近解析を行い、数学的に厳密な手法を用いて流れ場の空間構造を抽出し、各空間スケールで成り立つ流体力学的方程式系およびそれらに対する境界条件を導出した。最も主要な近似において、気体のほとんどの領域は線形化された Euler 方程式系に支配され、境界近傍に速度境界層および温度境界層が現れることを示した。さらに、境界のごく近傍には非平衡領域である Knudsen 層が現れ、適切な座標変換を用いることにより、ES-BGK Boltzmann 方程式の Knudsen 層内の解、および、その解が導かれるのと同時に流体力学方程式系に対する境界条件が得られることを示した。その結果、最も主要な近似において、剛体壁では速度のすべりなし・温度の跳びなしの境界条件、気液界面ではすべり係数を含む境界条件、工学上重要な物質である水のすべり係数の値を導出した。これら流体力学方程式系および境界条件の導出により、非定常圧縮性流れを解析するための一般的な理論的枠組みの構築に成功した。さらに、 $Kn$  の高次の効果が流体力学的方程式系にどのような形で現れるかを明らかにした。

次に、応用例として、音源と剛体壁面上に形成された薄い水液膜に挟まれた空間内を伝播する平面音波の問題を考え、ES-BGK Boltzmann 方程式の漸近解析結果を適用した。系は、気体の流れ場

のほとんどの領域を支配する音波の領域, 音源および気液界面近傍の温度境界層, 気液界面近傍の Knudsen 層, 熱伝導方程式によって支配される液体の 5 つの領域で構成される. 気体中の各空間スケールの方程式の解を適切に接続し, 気液界面における速度のすべり・温度の跳びの境界条件および質量・運動量・エネルギー流束の保存式を用いて気体と液体を接続する連成問題を慎重に取り扱い, 解を得るための方法論を提示した. さらに, 得られた解を検討することにより, 界面での蒸発・凝縮が音波の振る舞いに強く影響を及ぼすことを明らかにし, 蒸発・凝縮の境界条件の重要性を実証した.

これを要するに, 著者は多原子分子気体の非定常圧縮性流れを扱うための一般的な理論的枠組を提出し, 流体力学方程式系および境界条件を用いて任意の領域形状, 様々な時間依存性を有する非平衡蒸発・凝縮現象を含む問題の解析を可能とした. さらに, 応用例を提示することにより, 得られた理論的枠組みの適用可能性と蒸発・凝縮の境界条件の重要性を実証した. これらの本研究の成果は, 非定常圧縮性流れに関わる流体力学に対して貢献するところ大なるものがある. よって著者は, 北海道大学博士 (工学) の学位を授与される資格あるものと認める.