

学 位 論 文 題 名

A Study on Fast and Accurate Sparse Signal Recovery
Based on New Measurement Matrices

(新たな観測行列に基づくスパースな信号の高速かつ高精度な復元に関する研究)

学位論文内容の要旨

本論文は、スパース性を有する信号に対して、その少数の観測結果から元の信号を高速かつ高精度に復元するための新たな観測行列と復元アルゴリズムに関する研究の成果をまとめたものである。

近年、対象信号のスパース性に注目し、観測行列を用いて得られた少数の観測結果から元の信号を復元する研究が、信号処理、情報理論、およびコンピュータビジョンなどの分野において広く行われている。一般に、過完備な観測行列を用いて観測結果を取得した場合、元の信号を復元する問題は劣決定の問題となるため、その解は無数に存在する。ただし、各列の相関性が低い観測行列を用いた場合、その劣決定の問題の最もスパースな解を求めることで、元のスパースな信号の復元が可能であることが知られている。このとき、劣決定の問題に対して、すべての解の組み合わせの中から最もスパースな解を総当りにより求める手法 (以降、総当り法) は NP 困難である。しかしながら、復元対象信号が極めてスパースである場合には、各列の相関性が低い観測行列を用い、多項式時間で最もスパースな解を求めることによって、元の信号を復元可能であることが示されている。このような背景の下、従来研究では元のスパースな信号を高精度に求めるための観測行列の設計と復元アルゴリズムの構築の 2 つが主に行われてきた。前者において一般に用いられている観測行列としては、各要素が独立同分布のランダム確率分布に従う行列や、正規直交行列からランダムに行を選び出すことで生成される行列などが挙げられる。これらの観測行列は理論的に高い確率で各列の相関性が低くなることが知られている。しかしながら、それらの行列は密行列であり、観測結果の取得に関する計算量が多くなるため、実用的には、さらなる観測行列の簡便化が求められている。一方、後者において、よく知られている手法として、貪欲法 (greedy methods) と L1 ノルム最小化法 (または基底追跡 (Basis Pursuit:BP) 法) が挙げられる。以上の 2 つに加えて、近年では、復元の高速度化及びスパース性の低い信号の復元精度の向上を目的として、新たなアルゴリズムが種々提案されている。代表的な例として、貪欲法の改良手法の一つである Subspace Pursuit(SP) 法や Iteratively Reweighted Least Squares(IRLS) 法などが挙げられる。しかしながら、これらの手法では、直接高次元空間において最もスパースな解を求める必要があり、対象信号の次元が高くなった場合に復元の計算量が膨大となる問題がある。

そこで本論文では、上述の観測行列と復元アルゴリズムの問題点を解決するため、より簡便で高速に観測結果を得ることを可能とする観測行列、及びこれを用いて得られる観測結果からスパースな

信号を高速かつ高精度に復元するアルゴリズムを提案する。提案手法では、複数の独立な部分行列によって構成される観測行列 (以降, Permuted Block Diagonal (PBD) 行列) を生成する。このとき、各独立な部分行列はブロック対角行列の列をランダムに交換することで生成されるため、PBD 行列の各列は、相関性が低くなる。よって、PBD 行列は、観測行列のための条件を効率的に満たすことが可能となる。また、PBD 行列は従来の観測行列と比較して疎な行列であるため、より高速に観測結果を得ることが可能となる。さらに、本論文では Cross Low-dimension Pursuit (CLP) アルゴリズムと呼ばれる復元のための新たなアルゴリズムを提案する。CLP アルゴリズムは、PBD 行列を用いることで取得される観測結果の特性に注目したアルゴリズムである。本アルゴリズムは、従来の復元アルゴリズムとは異なり、直接高次元空間における最もスパースな解を求めるのではなく、これを低次元における幾つかの劣決定の問題の集合とし、その集合から復元対象信号の要素を総当り法により求める。CLP アルゴリズムは、大規模な問題の解をより低次元における問題に分割して求めているため、従来手法と比較して高速に復元を行うことが可能である。また、低次元の各問題の解は総当り法を利用して求めることが可能であるため、高精度な復元も同時に行うことが可能である。

本論文では、第 1 章で研究の背景と目的、論文の構成について述べる。第 2 章で、スパースな信号の復元のための従来の観測行列と復元アルゴリズムを紹介し、それらの問題点について示す。さらに、新たな観測行列に基づいて少数の観測結果からスパースな信号の高速かつ高精度な復元を実現するため、本論文で解決すべき課題について明確にする。次に、第 3 章では、新たな観測行列として PBD 行列を提案し、これを利用することで高速に観測結果が得られることを示す。加えて、PBD 行列を用いてスパースな信号の復元を行う際に、従来より提案されている観測行列を用いた際と同様な精度で復元可能であることを示す。さらに、第 4 章では、高速かつ高精度にスパースな信号の復元を実現するため、第 3 章で提案した PBD 行列に基づく復元アルゴリズムとして CLP アルゴリズムを提案する。さらに、CLP アルゴリズムの有効性を理論的に分析するとともに実験によりその検証を行う。第 5 章では、第 3 章で提案した PBD 行列を Compressed Sensing へ適用し、その有効性を検証する。加えて、第 4 章で提案した CLP アルゴリズムを Real-field Codes へ適用し、従来手法と比較して高速かつ高精度に誤り訂正が実現されることを示す。最後に、第 6 章において、本研究の成果について要約し、本論文全体のまとめとする。

以上を要約すると、本論文では、高速に観測結果を得る観測行列として PBD 行列、さらに、その観測行列に基づく復元アルゴリズムとして CLP アルゴリズムを提案し、スパースな信号の高速かつ高精度な復元を実現している。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 長谷山 美 紀

副 査 教 授 山 本 強

副 査 教 授 荒 木 健 治

学 位 論 文 題 名

A Study on Fast and Accurate Sparse Signal Recovery Based on New Measurement Matrices

(新たな観測行列に基づくスパースな信号の高速かつ高精度な復元に関する研究)

本論文は、スパース性を有する信号に対して、その少数の観測結果から元の信号を高速かつ高精度に復元するための新たな観測行列と復元アルゴリズムに関する研究の成果をまとめたものである。

近年、対象信号のスパース性に注目し、観測行列を用いて得られた少数の観測結果から元の信号を復元する研究が、信号処理、情報理論、およびコンピュータビジョンなどの分野において広く行われている。一般に、過完備な観測行列を用いて観測結果を取得した場合、元の信号を復元する問題は劣決定の問題となるため、その解は無数に存在する。ただし、各列の相関性が低い観測行列を用いた場合、その劣決定の問題の最もスパースな解を求めることで、元のスパースな信号の復元が可能であることが知られている。このとき、劣決定の問題に対して、すべての解の組み合わせの中から最もスパースな解を総当りにより求める手法(以降、総当り法)はNP困難である。しかしながら、復元対象信号が極めてスパースである場合には、各列の相関性が低い観測行列を用い、多項式時間で最もスパースな解を求めることによって、元の信号を復元可能であることが示されている。このような背景の下、従来研究では元のスパースな信号を高精度に求めるための観測行列の設計と復元アルゴリズムの構築の2つが主に行われてきた。前者において一般に用いられている観測行列としては、各要素が独立同分布のランダム確率分布に従う行列や、正規直交行列からランダムに行を選び出すことで生成される行列などが挙げられる。これらの観測行列は理論的に高い確率で各列の相関性が低くなることが知られている。しかしながら、それらの行列は密行列であり、観測結果の取得に関する計算量が多くなるため、実用的には、さらなる観測行列の簡便化が求められている。一方、後者において、よく知られている手法として、貪欲法(greedy methods)とL1ノルム最小化法(または基底追跡(Basis Pursuit:BP)法)が挙げられる。以上の2つに加えて、近年では、復元の高速度化及びスパース性の低い信号の復元精度の向上を目的として、新たなアルゴリズムが種々提案されている。代表的な例として、貪欲法の改良手法の一つであるSubspace Pursuit(SP)法やIteratively Reweighted Least Squares(IRLS)法などが挙げられる。しかしながら、これらの手法では、直接高次元空間において最もスパースな解を求める必要があり、対象信号の次元が高くなった場合に復元の計算量が膨大となる問題がある。

そこで本論文では、上述の観測行列と復元アルゴリズムの問題点を解決するため、より簡便で高速

に観測結果を得ることを可能とする観測行列、及びこれを用いて得られる観測結果からスパースな信号を高速かつ高精度に復元するアルゴリズムを提案する。提案手法では、複数の独立な部分行列によって構成される観測行列（以降、Permuted Block Diagonal(PBD) 行列）を生成する。このとき、各独立な部分行列はブロック対角行列の列をランダムに交換することで生成されるため、PBD 行列の各列は、相関性が低くなる。よって、PBD 行列は、観測行列のための条件を効率的に満たすことが可能となる。また、PBD 行列は従来の観測行列と比較して疎な行列であるため、より高速に観測結果を得ることが可能となる。さらに、本論文では Cross Low-dimension Pursuit(CLP) アルゴリズムと呼ばれる復元のための新たなアルゴリズムを提案する。CLP アルゴリズムは、PBD 行列を用いることで取得される観測結果の特性に注目したアルゴリズムである。本アルゴリズムは、従来の復元アルゴリズムとは異なり、直接高次元空間における最もスパースな解を求めるのではなく、これを低次元における幾つかの劣決定の問題の集合とし、その集合から復元対象信号の要素を総当り法により求める。CLP アルゴリズムは、大規模な問題の解をより低次元における問題に分割して求めているため、従来手法と比較して高速に復元を行うことが可能である。また、低次元の各問題の解は総当り法を利用して求めることが可能であるため、高精度な復元も同時に行うことが可能である。

本論文では、第 1 章で研究の背景と目的、論文の構成について述べる。第 2 章で、スパースな信号の復元のための従来の観測行列と復元アルゴリズムを紹介し、それらの問題点について示す。さらに、新たな観測行列に基づいて少数の観測結果からスパースな信号の高速かつ高精度な復元を実現するため、本論文で解決すべき課題について明確にする。次に、第 3 章では、新たな観測行列として PBD 行列を提案し、これを利用することで高速に観測結果が得られることを示す。加え、PBD 行列を用いてスパースな信号の復元を行う際に、従来より提案されている観測行列を用いた際と同様な精度で復元可能であることを示す。さらに、第 4 章では、高速かつ高精度にスパースな信号の復元を実現するため、第 3 章で提案した PBD 行列に基づく復元アルゴリズムとして CLP アルゴリズムを提案する。さらに、CLP アルゴリズムの有効性を理論的に分析するとともに実験によりその検証を行う。第 5 章では、第 3 章で提案した PBD 行列を Compressed Sensing へ適用し、その有効性を検証する。加えて、第 4 章で提案した CLP アルゴリズムを Real-field Codes へ適用し、従来手法と比較して高速かつ高精度に誤り訂正が実現されることを示す。最後に、第 6 章において、本研究の成果について要約し、本論文全体のまとめとする。

これを要するに、筆者は、高速に観測結果を得る観測行列として PBD 行列、さらに、その観測行列に基づく復元アルゴリズムとして CLP アルゴリズムを提案し、スパースな信号の高速かつ高精度な復元を実現しており、本研究を通じて、情報科学の分野に貢献するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士 (情報科学) の学位を授与される資格あるものと認める。