

## 学位論文題名

階層分析法における安定性の評価とファジィ理論による  
重要度表現に関する研究

## 学位論文内容の要旨

近年益々複雑化する現代社会では、より問題に即した合理的意思決定支援手法が必要とされている。その中でも1977年にピッツバーグ大学 T. L. Saaty により提案された Analytic Hierarchy Process(階層分析法, 以下 AHP) は人間を含むシステムにおける代替案選択問題に有用なため、例えばフィンランドの原発の可否に対する国民投票やペルーの日本大使館での人質救出に関するペルー政府の方針などの合意形成、札幌の地下通路拡張を例とする都市計画などに数多くの実績があり、意思決定理論を必要とする各分野で広範に使われている。

AHP では問題を代替案と総合目的の間に評価基準を置く階層構造に分解することから始める。そして一対比較に基づく意思決定者の回答データ(一対比較行列)から代替案の優先順位を示す重要度を求める。しかし実際の応用において、意思決定者の回答データの信頼性を表す一対比較行列の整合度の悪さが指摘される状況が数多く起こっている。回答者の判断で説明がつくものもあるが、大半は矛盾を引き起こすような複雑なデータ構造を内包しており、整合度の悪い回答データに基づく意思決定結果は信頼性の低いものになる。また、一対比較行列の安定性を評価するために、どの要素が結果に影響を与えているかを知る手法として感度分析があり、データ構造の解釈などに役立つとされている。実際、AHP による意思決定では、一対比較行列の整合度が悪い場合に意思決定者に回答データに関する情報提供を行った上で再回答を求めることがある。感度分析によるデータ構造の解釈をこうした情報に含めることで、より信頼性の高い再回答を期待できる。AHP における感度分析は現在まで複数提案されているが、データ構造を変化させてから分析していたり手順が非常に複雑だったり、正確に簡便に使えるものが存在しているとは言えない状況である。

一方ファジィ理論は1965年カリフォルニア大学パークレー校の L. A. Zadeh によって提案された理論で、それまでの数学では積極的に扱うことができなかったあいまいな情報を数学的に扱うことを可能にした。その内容は大きくファジィ集合論とファジィ測度論に分けられる。ファジィ集合論では集合の特性関数の拡張であるメンバーシップ関数により、対象がどの程度集合に含まれるかのあいまいさが表現される。ファジィ測度論では非加法的な集合関数を扱うことができる。ゲーム理論や線形計画法など意思決定の分野にもこのファジィ理論を導入したものが多く見られる。たとえば、その一つとしてファジィ測度とその統合処理演算ともいえるファジィ積分が導入されている AHP についても数多くの研究が存在し、評価基準の独立性の仮定の緩和や順位逆転現象の解消に役立っている。

本論文ではまず、1980年 Saaty によって提案された AHP における整合度に対する感度分析を拡張し、重要度に対する感度分析を提案している。これは意思決定者の回答データの構造を変えずに結

果が得られる手法であり、より意思決定者の意向を重視した情報提供を可能にするものである。さらに、それまでの手法(例えば Saaty が提案した重要度に対する感度分析)と比べて簡便に使用できる。具体的には、一対比較行列とその転置行列の固有値、固有ベクトルおよび行列の基本変形のみから結果を導くことができるという利点がある。またこの提案手法をファジィ測度により拡張された AHP へも適用可能とするため、いくつかの拡張も行っている。

続いて重要度などに対する感度分析を考察した結果から、感度分析とファジィ集合を用いて AHP における評価基準の新しい重要度の表現を提案している。この重要度表現は意思決定者の回答がある程度信頼性に欠けている場合でも、その構造がファジィ集合を通して結果に反映されるものである。重要度表現はメンバーシップ関数で表されるので、意思決定者が視覚的に結果をとらえることも可能である。さらにファジィ集合の演算を用いることにより、この重要度表現は代替案の総合重要度にも適用可能なことを示した。ファジィ集合の演算を繰り返すことにより、あいまいさは増大の方向に向かうので、その際にあいまいさの幅が広がらないような工夫を追加した。数値実験では就職先選好の実データを用いて、その有効性を確認した。また、この表現法はファジィ測度を用いた AHP にも適用可能であることを述べた。

さらに本論文では一対比較行列の代わりに、ファジィ集合を要素とする逆数行列をデータとするファジィ制約型 AHP を提案している。意思決定者は各一対比較値として 1 点でなく、実数直線上ファジィ集合であるファジィ数の中心と幅を柔軟に回答することができる。この手法では最もメンバーシップ値が高くなる完全整合行列を探し、その行列から重要度を求めている。その際のメンバーシップ値は完全整合行列と意思決定者の判断の近さを表していて、一種の満足度ととらえることができる。

以上、本論文における研究の成果をまとめると以下のようなになる。

- ・提案している重要度に対する感度分析は、それまでのものに比べてデータ構造を変えずに簡便に使用できる。
- ・ファジィ集合論を用いることにより、意思決定者の回答が持つあいまいさを重要度に反映することが可能になった。
- ・ファジィ統合演算により、データの信頼性が不完全な場合でも意思決定問題の最終結果を適切な形で表現することができ、ファジィ測度を用いた AHP にも適用可能である。
- ・ファジィ制約型 AHP を提案し、これにより意思決定者が柔軟な回答をすることが可能となった。結果は新しい満足度の指標を伴って提示される。

本論文の構成を以下に示す。第 1 章では本論文の背景と目的、および章構成について述べている。特に Saaty の提案した意思決定手法 AHP については細かな解説と、その問題点を挙げている。第 2 章では信頼性が失われているデータをどのように処理するかを考えるために、現在まで提案されている感度分析やファジィ測度を用いた AHP 法を紹介している。第 3 章では提案する感度分析について述べ、データ構造を変えずにそれまでの手法に比べて簡便に使用できるものである事を説明している。その中でファジィ測度を用いた AHP にも適用可能であることを示している。続いて第 4 章では感度分析結果を用いた各評価基準、及び代替案の重要度のファジィ集合論を用いた表現方法を提案し、実データの数値実験を通してその有効性を示している。第 5 章ではデータとしてファジィ逆数行列を用いるファジィ制約に基づく AHP を提案し、数値例を紹介している。第 6 章は提案手法とその有効性について概括し、まとめと今後の展望を示している。

# 学位論文審査の要旨

主 査 教 授 今 井 英 幸

副 査 教 授 宮 腰 政 明

副 査 教 授 工 藤 峰 一

学 位 論 文 題 名

## 階層分析法における安定性の評価とファジィ理論による 重要度表現に関する研究

ある目的を実現するために複数の選択肢(以降、代替案)の中から一つの代替案を選ぶ問題は意思決定問題とよばれる。意志決定問題には代替案の数が多く選択が難しい問題や利害の対立する問題が多いため、合理的な方法によって意思決定を支援するための手法が数多く提案されている。T. L. Saaty(1977)は人間の価値判断を含む意思決定問題の解決を支援するために Analytic Hierarchy Process(階層分析法、以降 AHP)を提案した。AHPは原子力発電所建設の可否などの政策決定や都市計画など、広い分野の意思決定に用いられている。

AHPでは、どの代替案を採用するかを決めるために代替案を評価するための評価項目を設定する。意思決定者は評価項目が重要と思われる度合い(以降、一対比較値)と、各評価項目に対する代替案の評価を行う。この一対比較の結果から代替案の重要度とよばれる評価値が計算される。意思決定者は重要度がもっとも高い代替案を採用する。

一対比較と評価項目には以下の二つの仮定がおかれている。(1) 評価項目に対する意思決定者の一対比較値には比例関係に基づく整合的な回答パターンがある(一対比較の整合性)。(2) 重要度は加法的であり、評価項目間の相乗効果や相殺効果がない(重要度の加法性)。代替案の重要度はこれらの仮定に基づいて計算されるが、実際には評価項目や一対比較値がこれらの仮定を満たすことは期待できない。そのため、一対比較の整合性と重要度の加法性が満たされない場合にどのような意思決定支援を行うかは意思決定問題において解決すべき重要な課題であるといえる。

一対比較の整合性を測る指標として、従来より評価の整合度とよばれる数値が用いられている。整合度が十分に小さければ(通常、0.1以下であれば)一対比較値はほぼ整合していると判断される。整合性が悪い場合には意思決定者は再度一対比較を行う必要がある。再度の一対比較で信頼性の高い一対比較値を得るためには、元の一対比較値にどのような不整合があるのかを意思決定者に提供する必要がある。本論文では一対比較値に感度分析を適用することで一対比較値のそれぞれの値が整合度と代替案の重要度にどの程度影響を与えるかを数値的に評価する方法を提案した。この手法によれば意思決定者が再度の一対比較を求められる場合に、どの評価項目に留意して回答すべきかを提示できる。また、一対比較値の変動が整合度や重要度を与える影響を計算できるため AHP の安定性を評価することができる。

一対比較値の重要度は自然言語による評価を数値に置き換えたものが使われる。一対比較値の整合性が悪くなる要因の一つとしてこの重要度の決定方法があげられる。自然言語による重要度の評価には数値では表現できないあいまいさがあるからである。本論文では重要度をファジィ数で表現するファジィ制約型 AHP を提案した。意思決定者は一対比較値をファジィ数で表現し、一対比較値の評価に対する満足度の度合いをファジィ数のメンバーシップ値で表す。一対比較値に幅があるので、その中から一対比較の整合性の仮定を満たすように重要度の値を選ぶことができる。この手法によれば代替案の重要度は意思決定者の満足度と共に与えられる。そのため、評価項目が多い複雑な意思決定問題でも意思決定者に過度の負担を強いることなく意思決定ができる。

重要度の加法性が仮定できない場合には内部従属 AHP、ファジィ AHP などが用いられる。内部従属 AHP は Saaty(1977) が提案したもので、一対比較値を重要度の加法性が高くなるように変換した値を用いて代替案の重要度を計算する。ファジィ AHP は市橋(1989) が提案したもので、非加法的な測度であるファジィ測度を用いて重要度を計算する。本論文では内部従属 AHP とファジィ AHP の感度分析法を提案した。AHP の感度分析と同様に、一対比較値のそれぞれの値が整合度や代替案の重要度にどの程度影響を与えるかを数値的に評価できる。また、一対比較値の変動が整合度や代替案の重要度に与える影響が計算できるので結果の安定性を評価することができる。

本論文の成果は以下のようにまとめることができる。

1. AHP の感度分析法を提案した。一対比較値が重要度および代替案の重要度に与える影響を数値で評価する方法を提案し、一対比較値の整合性が悪い場合への対応として有効であることを示した。
2. 一対比較値をファジィ数で回答するファジィ制約型 AHP を提案した。この手法により、代替案の重要度と意思決定者の満足度を併せて提供することで複雑な意思決定問題でも柔軟な意思決定を行うことができる。
3. 内部従属 AHP とファジィ AHP の感度分析法を提案した。感度分析を適用することで代替案の重要度の安定性を評価することができる。
4. 内部従属 AHP とファジィ AHP の感度分析法の感度分析に基づき、重要度の安定性をファジィ数で表現し意思決定者に提供する手法を提案した。この手法により、意思決定者は代替案の重要度と満足度を同時に判断することができる。

これを要するに、著者は意思決定問題において階層分析法を用いる場合に問題となる一対比較の整合性および重要度の加法性に関する考察に基づいて、意思決定法の適用範囲を拡張するとともに、より使いやすくかつ信頼性の高い意思決定法の方法論を与えた。よって著者は北海道大学博士(情報科学)の学位を授与される資格あるものと認める。