

Open mirror symmetry for compact Calabi-Yau manifolds

(コンパクトなカラビ・ヤウ多様体に対する開ミラー対称性)

学位論文内容の要旨

超弦理論は無矛盾な量子重力理論であり、更に様々な力・物質の統一という観点から究極の統一理論の筆頭候補である。しかし未解明の部分は多く、そもそもの理論の基礎付けや、理論の枠内で現実的な素粒子理論を構築することなどへの問題点は未だ多い。超弦理論は理論の整合性のため時空次元が10次元であることを要請するので、6次元を小さな内部空間としてコンパクト化する必要がある。4次元時空の理論を現実的なものとするためには、6次元の内部空間をカラビ・ヤウ空間にとり、更にDブレーンと呼ばれる複素部分空間を指定しないといけない。4次元の理論の内容はこの内部空間の幾何学の情報によって記述されるため、それを有効に扱う方法を発展させる必要がある。より具体的には4次元の理論に現れるスカラー場のポテンシャルが、内部空間の幾何学の周期積分あるいは相対周期積分という量に関連していることがわかっており、これを様々な内部空間の例に対して計算できるような手法を発展させていく必要がある。既存の方法としては、この周期積分が満たしている非斉次型のピカル・フックス方程式と呼ばれる微分方程式を導出して、その解として周期を得るという方法があるが、その適用範囲、計算できる例の数はそれほど多くはない。

本研究では、この問題に対してアプローチする新たな手法を開発・発展させた。博士論文では主に次の二つの手法について論じている。

1. 非斉次型ピカル・フックス方程式の非斉次項をシステムティックに導出するアルゴリズムの開発

これは既存の手法と関連しているが、複雑な内部空間の例に対して、より効果的に計算が行えるという期待がある。

2. 周期積分を直接実行する手法の開発

こちらは既存の手法とは根本的に異なるアプローチである。考え方は非常にシンプルなもので、周期積分という内部空間の中で定義される定義される複雑な多重積分を、巧い局所座標を取ることによって、直接積分を実行してしまうというものであり、微分方程式を経由する方法とはことなっており非常に直感的・直接的である。

具体的な内部空間、つまりカラビ・ヤウ空間の例としては、超曲面、完全交差、など定義方程式の数で数学的に分類されており、さらに変形自由度（これが4次元のスカラー場に相当している）の数についても色々な例が知られている。Dブレーンの例としては、複素部分空間として、カラビ・ヤウ空間と二枚の超平面の交差として得られる正則曲線をとった例についての計算がある。しかし最近、これらの分類を拡張したカラビ・ヤウの例が数学者によって構成された。これはある反対称行列のパフィアンによって記述されるようなクラスのカラビ・ヤウ空間であり、これまでの例よりも複雑だが、色々と興味深い性質を持っていることが示唆されている。これらの新しい例は、超弦理論の真空の構造に対する新しい例であり、その空間でコンパクト化した4次元理論の様子を調べてみるのが重要である。

本研究では、上記の新たに開発した手法を、まずは既に知られている超曲面・完全交差などの例に対して適用して、既存の結果の再導出を試み、実際にそれを確かめた。更に、新しく構成された、パフィアンで定義される新しいクラスのカラビ・ヤウ空間に対しても本手法を適用することで、それを内部空間として持つ4次元理論のスカラー場のポテンシャルを導出することに成功した。

更にこの結果の応用として、開ミラー対称性という双対性を利用することで、このポテンシャルを別の理論のポテンシャルとして再解釈し、非摂動的な効果を含むポテンシャルを得た。これは、パフィアンで定義されるカラビ・ヤウ空間に対する開ミラー対称性の、最初の適用例であり、幾何学的な見地からしても意義深い結果だといえる。この非摂動的効果を含むポテンシャルは、内部空間のある種の幾何学的不変量の母関数の形をとることが知られており、直感的にはカラビ・ヤウ多様体の中の正則なディスクの数を数えていることに相当する。我々の結果によってそれが実際に整数になることが確かめられた。

学位論文審査の要旨

主査	教授	鈴木久男
副査	教授	石川健三
副査	教授	河本昇
副査	准教授	羽部朝男

学位論文題名

Open mirror symmetry for compact Calabi-Yau manifolds

(コンパクトなカラビ・ヤウ多様体に対する開ミラー対称性)

超弦理論は、重力を含む統一理論としての有力な候補である。この理論では、10次元である理論が6次元内部空間にコンパクト化し、4次元時空での素粒子理論となる。この内部空間の形状は、カラビ・ヤウ多様体とすると現実的な理論となることが知られている。このカラビ・ヤウ多様体には、ミラー対称性と言われる対称性があり、この対称性を用いるとカラビ・ヤウ多様体への巻き付き数の数え上げが容易に行うことができ、これが数学的に非自明な結果を与えることが知られている。ここ数年この対称性は開いた弦に対して拡張されてきた。しかし、これまではトーリック多様体内の超曲面とするような限られたものでしか計算ができなかった。著者は、この計算に関して新しい手法を開発し、パフィアンカラビ・ヤウ多様体という今まで計算できなかったクラスの多様体においても開いた弦のミラー対称性が存在することを示した。

これを要するに、著者は、素粒子論と数学について同時に存在する問題に関して新知見を得たものであり、素粒子論と数学について貢献するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。