

学位論文題名

On the reconstruction of penetrable/impenetrable obstacles by the enclosure method

(囲い込み法による透過／非透過障害物の再構成について)

学位論文内容の要旨

障害物による音響散乱の逆問題を考える。物理的な背景は次の通り。均質な媒質内に透過又は非透過障害物があるとする。透過障害物の場合は、障害物内の密度と屈折率は未知関数とする。遠方から音波の平面波を入射する。適切な条件のもと、この入射波の障害物による散乱波は、遠方で散乱振幅と呼ばれる観測可能な量で漸近展開される。考える問題は、各方向の入射波に対する散乱振幅がそれぞれ各方向で与えられた時、この量から障害物の位置と形状を求めよ、となる。

この逆問題に対する解法は、ここ15年ではいくつか知られているが、本論文ではその中で池畠氏による囲い込み法に注目する。その理由は、囲い込み法で再構成の際に用いる数学的検査器の性質がとても良いことが挙げられる。囲い込み法とは、ヘルムホルツ方程式の特殊解である複素幾何光学解の挙動を用いる方法である。特に、池畠氏はフェイズが線形なものをを用いて強凸な障害物の再構成を行った。

本論文では、以上の囲い込み法を次の観点から改善する。

(1) 非凸な障害物

囲い込み法の弱点である凸性の条件を緩める。即ち、線形フェイズな複素幾何光学解の代わりに非線形フェイズな複素幾何光学解を囲い込み法に適用することにより、多少の凹みがあっても再構成可能にする。このような解は、Kenig-Sjostrand-Uhlmannによって定常シュレディンガー方程式に対して得られているものがあるのでそれを用いる。

(2) 囲い込み法の L^p 解析と層ポテンシャルによる解析

囲い込み法では、通常次の二つの仮定をする。

(ア) “強”凸性

(イ) フェイズの等高面と障害物との交点が1点

そこで、これら2つの条件を撤廃することを、透過障害物に対しては L^p 解析により、非透過障害物に対しては層ポテンシャルによる解析により解決する。これらの問題は囲い込み法が散乱の逆問題に適用されてから未解決のものであった。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 中 村 玄

副 査 教 授 神 保 秀 一

副 査 教 授 利根川 吉 廣

学 位 論 文 題 名

On the reconstruction of penetrable/impenetrable obstacles by the enclosure method

(囲い込み法による透過／非透過障害物の再構成について)

著者は、大学院博士課程入学以来一貫して散乱の逆問題について研究してきた。中でも散乱の逆問題における再構成手法として知られる囲い込み法(enclosure method)について研究してきた。囲い込み法の計測データは、入射平面波が散乱体(障害物や媒質)で散乱されて出来る散乱波の遠方における波形、即ち遠方場である。ここで全ての入射方向について遠方場を計測データとして考える囲い込み法は、多重波囲い込み法(multi-waves enclosure method)と呼ばれている。多重波囲い込み法は、所謂複素幾何光学解と呼ばれる特殊解を平面波の合成として近似し、計測データから定義される数学的な検査機である指標関数(indicator function)を用いて未知散乱体を同定する方法である。著者はこれまでの研究において、多重波囲い込み法を凸でない介在物や音響的に堅い障害物やの形状同定にも適用できるように改良した。これらの研究成果は、既に2篇の論文を国際誌に発表済みである。

これまでの研究を踏まえ、著者は学位論文において多重波囲い込み法がもつ証明上の技術的な仮定を、除去することに成功し、多重波囲い込み法を完成させた。即ち、これまでの多重波囲い込み法では複素幾何光学解の挙動の変わり目を与える曲面と散乱体との接触点は有限個、またこの曲面に関して散乱体境界が相対的に凸であると言う仮定が必要であったが、これらの仮定を除去することに成功した。その証明では、指標関数の挙動解析に不可欠な反射解の評価を、発散型の楕円型方程式の解に関する Meyers の不等式、Friedrichs の不等式、そして負の指数をもつソボレフ空間におけるポテンシャル論など偏微分方程式論における高度な手法が用いられている。

この結果は、多重波囲い込み法に関して極めて大きな研究成果である。よって著者は北海道大学博士(理学)の学位を授与される資格があるものと認められる。