

学 位 論 文 題 名

論理式の置換と等式計算に基づく論理プログラムの研究

学位論文内容の要旨

本研究では、論理式の置換と等式計算により、if-and-only-if 定義を持つ完備プログラムの推論を行う手続きが、肯定と否定に関する弱い if 定義を与える含意規則から構成される 1 階論理プログラムに対しても有効であることを示す。具体的には、肯定と否定に関する 2 種類の含意規則を選択的に適用することにより、含意の頭部を本体部に置換し、さらに等式計算を行い、全称命題も含むゴールに対する解を等式集合で算出する推論システムを与えた。こうした推論方式を、論理式としての意味解釈により正当化するために、プログラムの下で頭部が論理的帰結となることと本体部が論理的帰結となることが等価になるべく、含意の意味を 3 値の解釈を用いて定めた。こうした含意の解釈論のもとで、置換と等式計算に基づく本研究の手続きが、1 階論理プログラムの論理的帰結に関して健全でかつ完全であることの証明を与えた。特に、全称命題に対する完全性を示すために、標準的なエルブラン解釈ではなく、超積を用いている。

1 階論理プログラムの手続きは、完備プログラムのそれに準拠しており、両者の関係を調べることは重要である。この点に関し、2 つの事実を明らかにした。まず、論理式のクラスとしては、両者は一般に異なる。次に、1 階言語を変えて良い場合は、1 階論理プログラムから論理否定演算子を除去することができ、本研究の含意に基づく置換操作は全て完備プログラムの置換操作で模倣できる。すなわち、言語に対する仮定のもとで、1 階論理プログラムと完備プログラムは論理的帰結に関して同等であると見なせることを示した。さらに、等式計算を規定する等式理論を、一般には決定可能とは限らない制約理論に置き換えても、置換と制約計算に基づく理論的な推論は可能であることも示している。

第 1 章「序章」では、論理プログラムに関するこれまでの関連研究の流れの中で、特別な含意を持つ 1 階論理プログラミングを着想するに至った、研究の背景と目的について述べた上で、本研究の概要を述べている。特に、3 値の意味論で含意を意味づける必要性、if-and-only-if 定義から構成される完備プログラムとの違いを、手続きと意味論の両者の観点から、例を示しながら詳しく比較している。

第 2 章および第 3 章では、後続の章で行う厳密な議論に必要な事項、即ち、含意の解釈、論理式の置換操作と真理値を関連づける擬順序、さらには、等号を規定する等式理論について述べている。

第 4 章では、論理式の置換と等式計算に基づく推論を行う 1 階論理プログラムの計算手続きを厳密に定めている。さらに、1 階論理プログラムの宣言的意味をプログラムの論理的帰結として定め、計算手続きの健全性を第 3 章で定義した擬順序を用いて証明している。

第 5 章では、1 階論理プログラムの宣言的意味に対して、置換と等式計算が完全であることを証明している。この完全性は、含意に基づく置換の前後で論理的帰結であることが変わらないこと、および、ゴール中の原子式に対し、その正および負の現れ方に依存した形で正もしくは負の含意を選択的に適用する本研究の手続きにおいて成立する。本研究の推論手

続きは、任意の 1 階の論理式もゴールとして許すことから、通常のエルブラン領域上のモデルではなく、等号公理を満たす領域を超積を用いて構成した。述語の解釈は有限回の置換操作で等式が満たされるとき、またそのときに限り、真と定義する。この超積を用いた解釈は特に 1 階論理プログラムのモデルであり、基底原子式で真と評価されるものは、解釈の定義から本研究の手続きにより成功することがわかる。さらに、全称束縛された論理式が論理的帰結の場合でも、領域上の無限個の個体に依存することなく、ある有限回の置換により、等号公理のもとで恒真となる等式集合が導出される必要があるが、超積の性質によりこのことは保障され、全称束縛された論理式を含むゴールに対する計算手続きが完全であることが示される。

第 6 章では、1 階論理プログラムを構成しているクラークの等号公理部分を一般化した論理プログラムについて述べている。すなわち、論理プログラムは基礎的な述語および関数を定義する基礎公理と含意規則で記述され、計算手続きは論理式の置換と基礎公理に関する証明手続きで構成されると捉えている。このように一般化すると、標準的な論理プログラムの他に、制約論理プログラムや、等号以外の組み込み述語も持つ論理型言語など、様々な種類の論理プログラムを、同じ枠組みで取り扱うことが可能となり、論理プログラムの研究にとって有用である。本章では、この意味で一般化された 1 階論理プログラムとその計算手続きを与え、第 5 章と同様な 3 値論理による解釈を用い、その健全性と完全性を示している。

第 7 章では、1 階論理プログラムと完備プログラムの関連性について述べている。本研究では当初、1 階論理プログラムに対する計算手続きの完全性を、完備プログラムの理論を応用して証明することを試みた。具体的には、含意を古典論理における実質含意で定めると、本研究の 1 階論理プログラムと同値な完備プログラムを構成できることを示している。これは、リテラルが正しい場合とは、それを支持する含意規則が存在するとき、また、そのときに限るとの本研究の立場に反し、本研究における特別な含意とその 3 値解釈を導入する 1 つの理由になっている。さらに、完備化の論理的帰結はもとの 1 階論理プログラムの論理的帰結であるが、逆は成り立たないことも示している。これは、言語を変えない場合、完備プログラムと 1 階論理プログラムの論理的帰結に関する等価性は、完備化以外の論理式操作が必要なことを示唆している。さらに、新項を導入し言語を変えても良い場合は、1 階論理プログラムから論理否定を除去し、全て正リテラルのみからなる完備プログラムに変換でき、前者と後者の論理的帰結は同一と見なせることを証明している。

第 8 章では、1 階論理プログラムの研究の前段階に行なった帰納論理プログラミングに関する研究について述べている。帰納論理プログラミングの研究では、探索空間を小さくすることが重要となる。本研究ではそのために最小汎化先行計算法を提案している。この方法はまず背景知識から証明可能な原子式の最小汎化をできるだけ多く計算し、次に計算された最小汎化を組み合わせることで探索空間を生成する方法である。本章ではさらに、背景知識から証明可能な原子式の最小汎化を効率良く計算する方法を提案し、試験的な実験を行なってこれらの方法の効果を確認している。最後に、最小汎化先行計算法には、否定記号や全称記号を含むゴールの解の計算、および、負例を表現するためには否定表現が必要であることを例示し、1 階論理プログラムとその計算手続きが有効であると述べている。

第 9 章では、結論として本論文の主要結果についてまとめ、残された研究課題について述べている。

学位論文審査の要旨

主査	教授	原口	誠
副査	教授	有村	博紀
副査	教授	栗原	正仁
副査	教授	赤間	清

学位論文題名

論理式の置換と等式計算に基づく論理プログラムの研究

本研究ではその論文題目が示すように、ゴールの置換と等式計算を主要な計算メカニズムとする1階論理プログラムの研究を行っている。論理プログラミングは、初期の確定節が持つ表現の簡潔さとプログラミング言語としての汎用性から、その後のデータベースや知識表現におけるデータと知識の表現ならびにアクセス問題に対し、一つの理論的・技術的基盤であり続けている。特に、否定的な事実・知識が肯定的なそれよりも一般には多数であることから、否定的知識の表現と否定的ゴール(質問)に対する解の計算法が重要であることは言うまでもない。否定に対する処理は、歴史的には、データベース演算としての否定、すなわち、失敗による否定、およびこれを論理式として正当化する「完備プログラム」の研究が主流であったが、本研究においては、これらの先行研究を踏まえた上で、否定処理のために、失敗による否定や完備化は必ずしも絶対に必要というわけではなく、特別な含意によって、正および負の事実を支持する含意規則にしたがったゴールの置換と等式計算により可能であることを示している。

ここで、特別な含意とは含意条件、すなわち、『含意の頭部(結論部)がプログラムの下で正しいとは、含意の条件部(本体)が正しいとき、およびそのときに限る』を意味し、本研究における含意はこの要請を満たすべくその意味論が導入されている。また、この意味論のもとで、置換と等式計算に基づく手続きは健全でかつ完全であることが示されている。

置換と等式計算メカニズムそのものは、先行研究である完備プログラムに対して与えられた置換手続きに準拠するが、正と負の含意規則を独立に与えることから、整合性の仮定を新たに要請し、さらには、ゴールに応じて正と負の含意規則を選択的に適用する制御が本研究では新たに必要となる。この含意規則の制御は、プログラムの実行時に動的に行うことも可能だが、正もしくは負のいずれの含意を適用すべきかを事前解析し、負のゴールとそれに対する置換を予め除去することも可能である。こうした「事前コンパイル方式」を「還元法」として導入し、動的に正・負の含意適用制御を行う「直接法」と比較している。一部

の未解決問題も残されているが、直接法と還元法は論理的帰結に関して等価であると見なせることも証明している。このことは、正リテラルに対してのみ置換を行う初期の論理プログラミングの処理方法の一般性を示しており、否定や不完全な知識の表現とその推論に対する新たな知見を与えている。

第1章「序章」では、論理プログラムに関するこれまでの関連研究の流れの中で、特別な含意を持つ1階論理プログラミングを着想するに至った、研究の背景、目的について述べ、さらに、3値の意味論で含意を意味づける必要性、if-and-only-if定義から構成される完備プログラムとの違いを、手続きと意味論の両者の観点から詳しく比較している。

第2章および第3章では、後続の章で行う厳密な議論に必要な事項、即ち、含意の解釈、論理式の置換操作と解釈を関連づける擬順序、さらには、等号を規定する等式理論について述べている。

第4章では、1階論理プログラムの手続き的解釈を厳密に定め、第1章で導入し第2章および第3章で定めた含意の意味論に照らして健全であることを示している。

第5章においては、含意の意味論に基づいて本研究の推論手続きの完全性を証明している。特に、全称命題をゴールとして許したことから、通常のエルブランモデルではなく、超積をプログラムのモデルとして構成している。また、否定のゴールが変数を含む場合であっても、等式計算により初期ゴールに対する正しい解を等式で表現できることの証明も含んでいる。

第6章では、決定可能な等式理論を、必ずしも決定可能とは限らない、一般の制約理論に置き換えた場合でも、置換を基本操作とする本研究における手続きは、理論上、含意と制約理論のモデルに対し健全でかつ完全であることを示している。

第7章では、1階論理プログラムと完備プログラムの関係を分析し、論理式としては1階論理プログラムと完備プログラムのクラスは異なること、論理的帰結に関しては1階論理プログラムと等価と見なせる完備プログラムを(言語を変えて)構成できることを示している。

第8章では、本研究の関連研究として、帰納論理プログラミングにおいても、全称命題に対する置換や等式計算が必要なことを例示し、置換と等式計算の有用性について述べている。

これを要するに、著者は、論理プログラミングにおける正および負の含意規則によるデータならびに知識の表現とその処理方式に関する新知見を得たものであり、論理プログラミングの分野に対し、情報科学上貢献するところ大なるものがある。よって著者は、北海道大学博士(情報科学)の学位を授与される資格あるものと認める。