博 士（情報科学） 村 田 賢 太

学 位 論 文 題 名

Topological properties and synchronization dynamics of coupled oscillator networks

（結合振動子ネットワークのトポロジカル特性と同期ダイナミクス）

学位論文内容の要旨

近年，多数の要素から成る複雑系として，複雑なネットワーク構造を内在する系が注目されている．この内在ネットワークは，系の構成要素をノード，構成要素間の相互作用を辺と解釈したグラフ構造で表現される．系のモデル化は，構成要素の孤立ダイナミクスおよび相互作用の関数を，注目している現象について適合できるように定義し，内在ネットワークを表すグラフを相互作用場とすることによって行なわれる．例として，同期現象については結合振動子ネットワークとカオス結合ネットワーク，伝搬ダイナミクスについてはパーコレーション，集団フラストレーションダイナミクスについて Potts モデルやネットワーク上の繰り返しゲームなどが，それぞれ挙げられる．

以上を背景とし，本論文では結合振動子ネットワークに関し，内在ネットワークのトポロジカル特性と同期ダイナミクスの関係が未だ十分明かにされていない事に着目し，これを明らかにすることを目指す．そこでまず，既存のネットワーク・モデルによって生成された各ネットワークの上で機能する結合振動子がどのような同期ダイナミクスを発現させるかを調べた．次に，ネットワークを動的に変化させたときに，結合振動子の同期ダイナミクスがどのように影響を受けるかを解析した．最後に，これらの調査・解析結果をネットワークのトポロジカル特性の観点から捉えなおし，トポロジカル特性と同期ダイナミクスの関係を検証した．

本論文は次の章から構成される．

第 1 章では，本論文で述べる研究内容への導入として，研究の背景，問題設定，および目的について述べる．また，過去もしくは同時期に実施された関連研究を紹介することで，本論文で述べる研究の位置付けを明らかにする．

第 2 章では，静的なネットワーク構造の上で観測される結合振動子ネットワークの同期ダイナミクスについて述べる．振動子の相互作用場となるネットワークは，β-モデル，Barabási-Albert モデル，および CNN モデルの 3 種類のネットワーク生成モデルを用いて生成した．そして，各ネットワーク生成法が持つパラメータの変化に対する同期ダイナミクスの応答について考察した．ここで扱う問題は，ネットワーク構造が時間経過に対して不変である．

第 3 章では，動的なネットワーク構造の上で観測される結合振動子ネットワークの同期同期ダイ

ナミクスについて述べる．ネットワーク構造を動的に変化させる方法は2種類取り上げられる．ひとつはBarabási-Albertモデルによるネットワークの成長である．もうひとつは二つの同期集団を複数本の辺で動的に結合する方法である．これらの各々について，ネットワークの構造変化ダイナミクスと結合振動子の同期ダイナミクスを同時並行的に発展させた．そして，これらの振舞いを観測し，前者では成長に伴う同期の強さの変化，後者では集団の結合が同期へ与える影響について考察した．ここで扱う問題は，ネットワーク構造が時間経過に対して可変である点において，第2章の問題と異なる．

第4章では，第2章および第3章での観測結果をネットワークの構造特性の観点から再考し，新たな実験を加えて，振動子間相互作用のトポロジと同期現象の関係について考察した．第2章では，ネットワークの生成パラメータについて，そして第3章ではネットワーク構造変化ダイナミクスについて実験結果を考察した．これに対し，本章では，ネットワークのトポロジカル特性の観点から，異なるネットワーク生成モデルおよびネットワーク構造変化ダイナミクスについて横断的な視点で同期について考察した．

最後に，第5章では，実世界で確認されている系に内在するネットワークが類似のトポロジカル特性を持つ事実を挙げ，本研究で得られた結果が対象の詳細に寄らない性質を抽出していることを結論付け，本論文をまとめた．

学位論文審査の要旨

主　査　　教　授　　古　川　正　志
副　査　　教　授　　栗　原　正　仁
副　査　　教　授　　山　下　　裕
副　査　　准教授　　山　本　雅　人

学 位 論 文 題 名

Topological properties and synchronization dynamics of coupled oscillator networks

（結合振動子ネットワークのトポロジカル特性と同期ダイナミクス）

本論文では結合振動子ネットワークに関し，複雑ネットワークが内在する構造特性とネットワーク上での結合振動子の同期ダイナミクスの関係を明らかにすることを研究目的としている．

そのために，まず，代表的な3つの複雑ネットワークモデルのパラメータ，すなわち，スモールワールドモデルにおける辺かけ替え率と平均最短パス長，スケールフリーモデルであるBAモデルの辺選好率及びCNNモデルにおける潜在辺顕在化率が，それらによって生成されていく過程のネットワークモデル上での結合振動子にどのような同期ダイナミクスを生じさせているかを解析し，各パラメータともある臨界点から振動子の同期現象を生じさせるダイナミクスを明らかにしている．

ついで，構造が動的に変化する2ネットワークモデルとして，BAモデルのネットワークの成長モデルと二つの同期集団を複数本の辺で動的に結合するモデルについて，時間変化にともなう結合振動子の影響を調べ，前者では，モデルの成長によって同期が異なること，後者では，ネットワーク内のクラスタリングの大きさが同期に強く影響することを明らかにしている．

上記で得られた結果として，BAグラフとCNNグラフは，グラフの構造特徴量である次数分布は同じであるが，クラスタリング係数によって同期現象は異なることが判明した．このため，ネットワークモデルの次数分布を一定にしながらクラスタリング係数を制御する配位法を用いた方法を提案し，これによって同じ次数分布であっても，クラスタリング係数が異なると結合振動子の同期が大きく変化することを発見している．

これらにより複雑ネットワークモデルの構造特徴量と結合振動子の同期現象を明らかにしている．

本論文は以下のように構成されている．第1章では，本論文の序章であり，研究の背景，問題設定，目的，関連研究について述べている．第2章では，静的なネットワーク構造の上で観測される結合振動子ネットワークの同期ダイナミクスについて述べている．振動子の相互作用場となるネットワークは，スモールワールドグラフ，BAモデル，及び，CNNモデルの3種類のネットワーク生成モデルを用い，各ネットワーク生成法が持つパラメータの変化に対する同期ダイナミクスの応答を明らかに

している. 第 3 章では, 動的なネットワーク構造の上で観測される結合振動子ネットワークの同期ダイナミクスについて述べている. ネットワーク構造を動的に変化させる方法として,BA モデルのネットワークの成長方法と二つの同期集団を複数本の辺で動的に結合する方法である. これらの二モデルについて, ネットワークの構造と結合振動子の同期ダイナミクスを同時並行的に時間変化させ, 前者では成長にともなう同期の強さの変化, 後者ではクラスタリングが同期へ与える影響を明らかにしている. 第 4 章では, 第 2 章および第 3 章で得られた結果をネットワークの構造特徴量である次数分布とクラスタリング係数の観点から再考し, 配位法に基づく指定した次数でクラスタリング係数を変える方法を提案し, 同じ次数分布であっても, クラスタリング係数によって結合振動子の同期が大きく影響されることを見いだしている. 最後に, 第 5 章では, これまでの結果を取りまとめている.

これを要するに, 著者は, 複雑ネットワーク上の振動子の挙動を主として, ネットワーク構造及び要素属性のダイナミクスが振動子の同期現象のダイナミクスと相互作用することを明らかにし, 複雑系工学に関して新知見を得たものであり, 情報科学の進歩に寄与するところ大である. よって著者は, 北海道大学博士 (情報科学) の学位を授与される資格あるものと認める.