

学位論文題名

ON DIFFERENTIAL GEOMETRY OF SURFACES
IN ANTI DE SITTER 3-SPACE

(3次元反ド・ジッター空間内の曲面の微分幾何)

学位論文内容の要旨

本論文では特異点論の応用として 3 次元反ド・ジッター空間内の曲面の微分幾何学の研究を行なった。

最初に第1部で、指数2の 4 次元擬ユークリッド空間内の擬球面の間の 6 つのルジャンドル双対性を示した、このルジャンドル双対性は擬球面内の外在的微分幾何学の研究の基本的な道具となる。

第2部ではルジャンドル双対性を適用し、3次元反ド・ジッター空間内の空間的曲面を調べた。空間的超曲面の時間的反ド・ジッターガウス像と時間的ド・ジッター高さ関数を定義し、それらの写像の特異点を持つ幾何学的意味を調べた。ルジャンドル特異点論の応用として、空間的曲面と反ド・ジッター双曲面と呼ばれるモデル曲面との間の多様体接触を考えた。

第3部ではルジャンドル双対性を利用して3次元反ド・ジッター空間の時間的曲面の幾何学的性質を研究を行なう。(はじめに)時間的曲面に関わる反ド・ジッター零円錐ガウス像と反ド・ジッタートーラスガウス像という2つの写像を定義する。反ド・ジッター零円錐ガウス像がルジャンドル写像であることを示し、その写像のジェネリックな特異点の分類を与えた。次に反ド・ジッター零円錐ガウス像と反ド・ジッタートーラスガウス像の関係を調べた。反ド・ジッタートーラスガウス写像はラグランジュ写像であり、反ド・ジッター零円錐ガウス像のルジャンドルリフトは反ド・ジッタートーラスガウス写像のラグランジュリフトの被覆となることを示した。さらに時間的曲面の反ド・ジッター零円錐高さ関数と呼ばれる関数族を定義した。この高さ関数族を反ド・ジッター零円錐ガウス像と反ド・ジッタートーラスガウス像の特異点による幾何学的意味を研究するための基本的な道具として用い、その過程で、新たな幾何学的不変量を発見した。

最後に、3次元反ド・ジッター空間内の反ド・ジッター零曲面と呼ばれる退化した曲面の幾何学的性質を接触の観点から研究を行なった。反ド・ジッター零曲面は3次元反ド・ジッター空間内の空間的曲線に関係する。空間的曲線の幾何学は対応する反ド・ジッター零曲面の性質を決定する。次にトーラスガウス像と呼ばれる写像を定義した。この写像は、空間的曲線と3次元反ド・ジッター空間内のあるモデル(曲面)との接触に関係して現れる。さらに2つの関数族を定義し、

関数の特異点の応用としてこれらの関数族を用いて反ド・ジッター零曲面とトーラスガウス像の特異点を調べた。

以上。

学位論文審査の要旨

主査	教授	泉屋周一
副査	教授	石川剛郎
副査	教授	山口佳三
副査	准教授	大本亨
副査	准教授	古畑仁

学位論文題名

ON DIFFERENTIAL GEOMETRY OF SURFACES IN ANTI DE SITTER 3-SPACE

(3次元反ド・ジッター空間内の曲面の微分幾何)

本論文では特異点論の応用として3次元反ド・ジッター空間内の曲面の微分幾何学の研究を行なっている。

最初に第1部で、指数2の4次元擬ユークリッド空間内の擬球面の間の6つのルジャンドル双対性が示され、このルジャンドル双対性は擬球面内の外在的微分幾何学の研究の基本的な道具となる。

第2部ではルジャンドル双対性を適用し、3次元反ド・ジッター空間内の空間的曲面を調べている。そのために、空間的超曲面の時間的反ド・ジッターガウス像と時間的ド・ジッター高さ関数を定義し、それらの写像の特異点を持つ幾何学的意味を調べている。また、ルジャンドル特異点論の応用として、空間的曲面と反ド・ジッター双曲面と呼ばれるモデル曲面との間の多様体接触を考えている。

第3部ではルジャンドル双対性を利用して3次元反ド・ジッター空間の時間的曲面の幾何学的性質の研究を行なっている。はじめに時間的曲面に関わる反ド・ジッター零円錐ガウス像と反ド・ジッタートーラスガウス像という2つの写像を定義し、さらに、反ド・ジッター零円錐ガウス像がルジャンドル写像であることを示し、その写像のジェネリックな特異点の分類を与えている。次に反ド・ジッター零円錐ガウス像と反ド・ジッタートーラスガウス像の関係を調べている。反ド・ジッタートーラスガウス写像はラグランジュ写像であり、反ド・ジッター零円錐ガウス像のルジャンドルリフトは反ド・ジッタートーラスガウス写像のラグランジュリフトの被覆となることが示されている。さらに時間的曲面の反ド・ジッター零円錐高さ関数と呼ばれる関数族を定義し、この高さ関数族を反ド・ジッター零円錐ガウス像と反ド・ジッタートーラスガウス像の特異点の幾何学的意味を研究するための基本的な道具として用い、その過程で、新たな幾何学的不変量を発見している。

最後に、3次元反ド・ジッター空間内の反ド・ジッター零曲面と呼ばれる退化した曲面の幾何学的性質を接触の観点から研究を行なっている。反ド・ジッター零曲面は3次元反ド・ジッター空間内の空間的曲線に関係するが、空間的曲線の幾何学は対応する反ド・ジッター零曲面の性質を決定することがわかった。次にトーラスガウス像と呼ばれる写像を定義しているが、この写像は、空間的曲線と3次元反ド・ジッター空間内のあるモデル曲面との接触に関係して現れることがしめされている。さらに2つの関数族を定義し、関数の特異点論の応用としてこれらの関数族を用いて反ド・ジッター零曲面とトーラスガウス像の特異点を調べている。

この研究の過程において、他のローレンツ空間形である、ミンコフスキー空間やド・ジッター空間に関する、従来の研究とは本質的に異なる考察が必要であった。

これを要するに、著者はラグランジュ／ルジャンドル特異点論の応用として反ド・ジッター空間内の曲面の幾何学的性質に関して新知見を得たものであり、特異点論及び微分幾何学に貢献すること大なるものがある。よって著者は、北海道大学博士(理学)の学位を授与される資格あるものと認める。