

学位論文題名

Formulation of Supersymmetry on a Lattice
as a Representation of a Deformed Superalgebra

(変形された超対称代数の表現としての格子上の超対称性の定式化)

学位論文内容の要旨

格子上の超対称性は、連続空間で超対称性が定式化されて以来、様々な観点で研究されてきた。超対称性は元来、連続空間の持つ対称性に由来するものであり、連続空間の対称性を破る格子上での定式化には、明らかな困難が生ずる。具体的には、超対称性を規定する超対称代数は、その一部に無限小の並進演算子を含み、従って無限小並進対称性の破れた格子上では、代数の全体を実現することの意味は、必ずしも自明ではない。一方で、場の理論、特に超対称なゲージ理論の、非摂動論的な定式化と解析を主な目的として、格子上の超対称理論を構築し解析することは重要であり、これまでに様々な試みがなされてきている。

これまでの先考研究は、上述の、格子上で代数の全体を実現する困難を受けて、代数の一部だけを格子上で実現するもの、或は、代数によらない間接的な方法によるものがほとんどであった。この場合に、実現された一部の代数がどのような役割を果たし、また連続極限において、全体の代数がどのように回復するかなどの解析がなされてきた。

これらに対し、我々は、超対称代数に含まれる無限小並進演算子を、格子上の有限並進演算子(有限差分)に置き換えたものを、格子上の超対称代数の定義とし、この代数の意味で対称性が厳密に保たれる定式化を進めてきた。この場合、実際には有限並進演算子は、通常の意味で理論の対称性を規定する代数を構成する訳ではない。しかし、例えば、カイラル対称性を規定する代数を格子上で一部修正し、この修正された代数の意味で厳密にカイラル対称性を保つ定式化が有用であることなどが知られている。我々の手法は、ある意味でこのような立場に類似のものであるといえる。

しかし、我々のこれまでの定式化には、いくつかの不十分な点があることが指摘されている。第一点は、格子上に定義した代数を表現する際に、超対称変換の演算子と、有限並進の演算子とが持つ性質が合わないことに基づいており、実際の格子理論の構築の際に問題となる。もう一点は、ゲージ理論において、超対称変換の演算子がゲージ変換の下で非自明な振舞いをすることに起因し、これも解決の必要な問題である。

これらの問題に対し、我々は、まず格子上で、ある種の非可換性を持つ超空間を構成し、理論をこの超空間上に限ることで、上述の一点目の問題は回避できることをこれまでに主張した。ただし、超空間から成分場の空間に戻ればこの問題は依然として残されている。実際に、例えば原理的に数値計算が可能であるという意味において、有用な格子理論を得るためには、理論の成分場による表現が本質的であり、超空間上に限る定式化ではこの意味でやはり不十分である。従って、ここでの主張では、本質的な問題の解決は得られていない。

また、上述の二点目の問題については、非自明なゲージ変換をする超対称変換のパラメータの存在を仮定することで、この問題が現れないことを示すことができる。しかし、そのようなパラメータの存在を実際に示すことは困難であり、またその存在を示すことができる場合には、そのようなパラメータは一般に局所的となり、重力を含まない超対称性との整合性が明らかではない。

このような背景を受けて、本研究は、これまでのように、有限差分を含む格子上の超対称代数を厳密に表現する立場で、上述の一点目の問題が現れない定式化を構築しようとするものである。

これまでの定式化では、格子上の超対称代数を表現するために、まず代数に含まれる有限差分が修正されたライプニッツ則に従うことに注目し、代数の整合性から、超対称変換の演算子もまた、類似の、修正されたライプニッツ則に従うことを要請していた。これらの表現が無矛盾に与えられれば、上記の問題はない。本研究では、まず、このようにして導入された超対称代数は、数学的には、Hopf 代数と呼ばれるものであることに着目した。他の先行研究により、Hopf 代数的な対称性を持つ場の量子論が、実際に構築できることが知られている。従って、この枠組みを利用することにより、我々の格子上の場の理論は、量子論的に定式化することができる。この定式では、修正されたライプニッツ則が満たされることを仮定すれば、実際にその表現を与えずに、理論を構築することができる。

しかし、この定式化は、一般には摂動論的な範囲でのみ可能である。例えば、具体的に数値計算などが可能な経路積分の定義を与えるわけではない。すなわち、格子上の場の理論を構成する動機である非摂動論的な定式化とはならず、十分とは言えない。

そこで、本研究では更に、上述の枠組みを実現する具体的な表現を与えることを試みた。このような定式は、適当な非可換積を導入することで、実現可能である。ここでは、ある種の行列で構成された理論を、格子上の理論と見る自然な対応を具体的に与えることで、理論の定式化に必要な非可換積を定義した。これにより、Hopf 代数的な対称性を持つ格子上の場の理論の一例が与えられたと考えられる。

以上をまとめると、我々の意味での対称性を持つ格子上の場の理論は、摂動論的に無矛盾に構成することができる。また、非摂動論的には、適当な非可換積を導入することで、定義可能であると言える。我々のこれまでの定式化に含まれていた問題は、これらの枠組みの中では、回避されている。ただし、本研究の結果が、実際に連続極限でどのような理論を与えるかなどを具体的に調べることが重要である。上述のゲージ理論に関する問題も残っている。これらは、今後の課題としたい。

学位論文審査の要旨

主査	教授	河本	昇
副査	教授	石川	健三
副査	教授	加藤	幾芳
副査	准教授	中山	隆一
副査	教授	鈴木	久男
副査	講師	末廣	一彦

学位論文題名

Formulation of Supersymmetry on a Lattice as a Representation of a Deformed Superalgebra

(変形された超対称代数の表現としての格子上の超対称性の定式化)

ボソンとフェルミオンの間の対称性として超対称性が現実存在するとの予想は近年の素粒子論の重要な予測であり、半現象論的及び理論的な観点からその必然性が指摘されている。これに対して超対称性を格子の上で構成論的に定義する試みは30年以上の歴史があり必ずしも成功していない。その主な理由の一つは超対称代数に含まれる微分演算子を格子上の差分に置き換えた場合、それがライプニッツ則を満たさない事に主な原因が有る。これに対して先行研究で修正ライプニッツ則による超対称代数の定式化が提案された。それに対して、批判がなされその本質的原因である非可換性を具体的に取り入れた新たな定式化を提案する必要性が待たれていた。本研究ではこの問題に正面から取り組み、非可換性を導入した新たな組み紐の場の理論の定式化を、ホップ代数を用いて定式化することに成功した。また行列によるその表現を与えこれまで知られている模型に対しても具体的に表示を示す事により長年の問題に一つの解答を与えた。

これを要するに、著者は超対称性の格子上での定式化に対して全く新しい定式化を提案したものであり、今後の格子上での超対称性の定式化の発展に本質的な基礎を与える貢献をしたものと考えらる。

よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与されるのに十分な資格あるものと認める。