学位論文題名

Single-Particle and Collective Modes of
Weakly Interacting Condensed Bose Gases
within a Conserving Gapless Mean-Field Theory

(Conserving Gapless な平均場理論による
弱結合 Bose 凝縮系の個別励起と集団励起)

学位論文内容の要旨

希薄中性原子気体の Bose-Einstein 凝縮(BEC)は 1995 年に実験的に実現された。この報告は、量子光学、あるいは量子気体を扱う分野の一部の研究者のみならず、様々な分野の研究者をこの希薄中性原子気体の物理に興味を引くきっかけとなった。

BEC とは Bose 粒子系において現れる相転移現象であり、微視的にはある温度以下において、マクロな数の粒子が最低 1 粒子エネルギー状態に占有している状態として 1925 年にアインシュタインによって予言された。BEC が実現している系では、凝縮体 (Bose-Einstein 凝縮している粒子系) は量子力学に従う物質波のように振舞い、その結果として、超流動、超伝導のような量子力学的現象が目に見えるような形として観測される。

1995 年以前、BEC が実現している系は ^4He のみであった。 ^4He は厳密に物理量が計算できる粒子間に相互作用のない理想 Bose 気体と比較して、その性質が著しく異なっている。例えば、絶対零度において理想 Bose 気体は全粒子が凝縮するのに対し、 ^4He においては凝縮粒子数は全粒子の 10%にも満たない。これは、 ^4He が強相関物質であることに由来しており、その複雑な相互作用が粒子の凝縮を抑制していると考えられている。また、この強相関物質であることは、その集団励起の異常な振る舞いからも裏付けられる。したがって、 ^4He はその複雑な相互作用のため、現在も多くの理論研究者を悩ませ続けている。

一方、希薄中性原子気体は非常に弱く相互作用している系である。したがって、その BEC の性質は理想 Bose 気体のそれと非常に類似しており、摂動論によって評価した熱力学と良い一致を示す。更に、実験的に様々な形状 (葉巻型、パンケーキ型、格子状など) の捕獲された原子気体系を用意できることや、粒子間相互作用を斥力から引力まで自由に調節できることから、多様な物理、あるいは可能性が内包している舞台として、現在、非常に注目されている。

しかし、理論的には最も単純なモデルである一様系においても、未だ多くの問題が残されている。その内のひとつに、我々が以下で議論する保存則とギャップレスな個別励起に関する問題がある (Conserving vs. Gapless)。相互作用のある Bose 凝縮系の微視的な理論は 1947 年に Bogoliubov によって始められる。この理論は絶対零度における、弱結合 Bose 気体の性質を記述する。一方、有限温度においては平均場近似の考え方によって Bogoliubov 理論を拡張した Hartree-Fock-Bogoliubov (HFB) 理論が提案される。これは Fermi 粒子系における Bardeen-Cooper-Schrieffer (BCS) 理論と等価である。しかしながら、HFB 理論は個別励起において有限なエネルギーギャップを与えてしまう。BEC が実現している系

において、その個別励起がギャップレスになるという事実は Hugenholtz-Pines の定理で保証されているため、このギャップを持つ個別励起は HFB 理論の不備を示唆している。一方、このギャップを取り除くため、HFB 理論における異常対相関項を手でゼロとすることによってギャップレスが回復する、Shohno 理論 (Popov 近似) が提案される。この手法は、現在でも有限温度 BEC を記述するのに一般的に用いられる。しかしながら、系を記述する上で重要な項を落としてしまっているため、物理的に満たされるべき (粒子数、運動量などの) 動的物理量の保存則を破ってしまう。したがって、以上で述べたように、BEC 下においては物理的に正しい平均場理論が存在しなかった。そのため、BEC のダイナミクスなどの正確な記述は絶対零度に限られていた。

我々の計算は Kita が 2005 年に提案した Conserving-Gapless 理論に基づく。この理論はそれまで平均場の範囲内では不可能であった動的物理量の保存則と個別励起のギャップレスを同時に満足する。この理論は保存則が自動的に満たされる Φ -微分近似を出発点としているので、系の平衡状態だけでなく、動的性質の記述にも容易に拡張される。したがって、動的性質の記述が絶対零度に限られる問題は事実上解決されたと考えられる。

我々はこの理論を内部自由度をもつ BEC (spinor BEC) 系に適用した。それまで spinor 系の議論は絶対零度によるものが非常に多く、有限温度については、我々の知る限り、一様系においてさえ、その熱力学、および個別励起の分散関係が良く分かっていなかった。我々は理論を多成分系に拡張し、平衡状態を決定する自己無撞着な方程式、及び熱力学ポテンシャル、エントロピーの表式を導いた。さらに、我々はスピンの依存する相互作用について斥力と引力の両方の場合について議論し、その熱力学、及び個別励起の分散関係を明らかにした。次に、我々は Hugenholtz-Pines の定理を多成分系に拡張し、多成分系においてギャップレスな個別励起は少なくとも 1 つ存在するという事を明らかにした。我々の結果には、Bogoliubov 理論からの予測と異なるギャップを持った個別励起が得られる。しかし、我々が得た個別励起は間違った結果を与えていないということをここで付け加えておく。なぜならば、Bogoliubov 理論の励起は厳密には集団励起を表しており、集団励起のすべてが個別励起に現れることは一般にありえないためである。したがって、以上の結果より、集団励起を計算する必要があるということを示唆した。

次に我々は集団励起を計算するために Conserving-Gapless 理論を用いて、外場に対する密度応答関数 (Bethe-Salpeter 方程式) を導いた。我々は、応答関数の解析的な処理によって、集団励起には凝縮ブランチと準粒子ブランチの 2 つが存在することが自然に導かれる。その内、凝縮ブランチにおける集団励起は弱結合領域において個別励起と良い一致を示す。これは厳密な Gavoret-Nozières 理論の結論である「集団励起には必ず個別励起が含まれる」という条件を満たす。また、凝縮ブランチの固有振動の解析から、凝縮数密度と準粒子密度が逆位相で振動していることが本研究によって初めて明らかになった。これまで、系を伝播する密度 (Bogoliubov 音波) は通常の音波 (第 1 音波) と考えられていたが、本研究によって音波の性質は予想のそれとは異なる第 2 音波であることが明らかとなった。

学位論文審査の要旨

主査	准教授	北	孝	文
副査	教授	大	川	房
副査	教授	石	川	健
副査	准教授	根	本	幸

学位論文題名

Single-Particle and Collective Modes of Weakly Interacting Condensed Bose Gases within a Conserving Gapless Mean-Field Theory

(Conserving Gapless な平均場理論による
弱結合 Bose 凝縮系の個別励起と集団励起)

1995年に原子気体でボーズ・アインシュタイン凝縮が実現されて以降、弱く相互作用する凝縮ボーズ系の理論的研究が、場の量子論的手法を用いて非常に活発に行われてきた。しかし、この系に関しては、自己無撞着な近似理論の系統的構成法が確立されておらず、厳密な理論が持つ二つの性質—自発的対称性の破れに関するゴールドストーンの定理と粒子数・運動量・エネルギー等の動的保存則—を同時に満足する理論は最近まで存在しなかった。この二つの性質をもつ平均場理論が、最近、一成分ボーズ粒子系について構成され、一粒子励起の特徴と熱力学的性質が明らかにされた。

一方、原子気体では、内部自由度を持つボーズ・アインシュタイン凝縮が実現されている。近藤氏は、まず、ゴールドストーンの定理と動的保存則を同時に満足する上記の理論を多成分ボーズ気体に拡張した。この理論は、トラップ・ポテンシャル中の希薄原子気体や量子渦のある系など、一般の非一様系に適用することが可能である。また、1成分系におけるヒューゲンホルツ・パインズの定理(=ゴールドストーンの定理)を多成分系に拡張した。この定理によると、1粒子励起の分枝のなかで、少なくとも1つはギャップレスの分散を持つことになる。さらに、この理論を一様系に適用し、その全温度領域における熱力学的諸性質と一粒子励起の特徴をあきらかにした。

次に、近藤氏は、一成分ボーズ粒子系の上記平均場理論を拡張し、密度ゆらぎなどの二粒子励起に対するベーテ・サルピータ方程式を導いた。さらに、この方程式を一成分一様系について解いて、自発的対称性の破れに伴う励起モードであるボゴリュボフ・モードの性質を研究し、この音波モードにおいて、凝縮成分と正常成分が逆位相で振動していることを明らかにした。これは、ボゴリュボフ・モードが第二音波的性質を持っていることを意味しており、凝縮ボーズ粒子系に関する新たな基本的知見である。

よって著者は、北海道大学博士(理学)の学位を授与される資格あるものと認める。