

## 学位論文題名

Extensions of Multi-Completion Systems for  
Term Rewriting Systems

(項書換え系多重完備化手続きの拡張)

## 学位論文内容の要旨

等式に基づく推論 (等式推論) は、定理自動証明、プログラミング言語、システムの形式的仕様記述・検証といった様々な分野において用いられている。等式推論を効率よく実行するための計算モデル及び理論として項書換え系が研究されている。等式推論において基本的な問題である語問題を解くための手続きとして、項書換え系の理論に基づく完備化手続きが存在する。完備化手続きは入力として等式推論における公理となる等式集合を受け取り、その公理の下で成り立つ定理を決定するための項書換え系を出力する。しかし、手続きは常に成功するとは限らず、成功しない場合は手続きが発散し、停止しない場合がある。さらに、手続きには等式集合に加え、出力する項書換え系の停止性を保証するために用いられる、簡約順序と呼ばれるパラメータを利用者が与える必要があるため、手続きの自動化が困難であった。この問題に対し、本論文では多重完備化手続きと呼ばれる、複数の完備化手続きの並列実行を効率よく実行することを目的として提案された手続きを拡張し、適切な簡約順序を効率よく探索することで、完全に自動化された完備化手続きを提案した。

第一章では、本論文の研究の背景として、計算機科学における等式推論及び項書換え系の重要性や完備化手続きの応用例を述べ、その上で本論文における研究内容及び結果の概要を述べた。

第二章では、これ以降の章における形式的な議論に必要となる、等式推論及び項書換え系に関する基本的な定義を示した。

第三章では、既存研究である基本的な完備化手続きと多重完備化手続きの定義を示し、これらの問題点について述べた。具体的には、基本的な完備化手続きの問題点として、利用者は手続きが成功するような簡約順序を試行錯誤的に探す必要があるが、手続きが停止しない可能性があるため、考えられる簡約順序を順に試すこともまた困難となる点を述べた。また、多重完備化手続きの問題点として、簡約順序に基づく等式の向き付け処理の計算量が候補となる簡約順序の数に比例し、その数は多くの簡約順序のクラスにおいて、問題に含まれるシンボルの数に対して指数的に増加するため、大きな問題に対しては考慮すべき簡約順序の数が膨大になり、事実上多重完備化手続きを単純に適用することは不可能であることを述べた。

第四章では、標準的な問題を全自動かつ高速に解くためのアプローチとして、探索する簡約順序のクラスをブール制約で表現可能なものに限定し、簡約順序の集合を二部決定グラフで表現することによる高速化のための枠組みを提案し、実験結果からその有効性を示した。簡約順序数が膨大となる問題に対し、簡約順序の集合を個々の簡約順序が満たすべき制約によって表現することで、ある等式を向き付けることが可能な簡約順序の集合に対応する制約を、その等式の両辺の項の構文的

な構造から直接求めることが可能となる。これにより潜在的な簡約順序の数が膨大になる場合も、等式の向き付けにおいてはその数が計算量に影響を及ぼさなくなるため、大幅な高速化が期待できる。このように、集合を制約で表現するものとする、多重完備化手続きにおいて重要な役割を果たす集合演算は制約上の論理演算に対応することから、これらの処理を効率よく実行するため、制約をブール制約とし、ブール制約を二分決定グラフによって実装することが考えられる。以上の考えに基づき、従来の多重完備化手続きを拡張する形で、ブール制約で表現された任意の簡約順序を取り扱える多重完備化手続きを推論システムとして定式化し、ブール制約による簡約順序表現の例として、再帰的経路順序の符号化を提案した。加えて、これらの新しい手続き及び再帰的経路順序の符号化の実装と性能評価を行い、標準的な問題に対し、ブール制約による符号化を行わない場合と比べて数十倍～数百倍の速度で完備化が成功することを示した。

第五章では、比較的難しい問題を解くためのアプローチとして、最新の停止性証明技法を応用し、停止性を持つ項書換え系から適切な簡約順序の存在を保証することで、古典的な簡約順序のクラスでは表現できない簡約順序を多重完備化手続きにおいて利用可能とする手法を提案した。従来の手続きでは、ある特定の簡約順序に基づいて全ての書換え規則の右辺が左辺よりも小さいことを示すことで、項書換え系の停止性を保証していた。この手法は最も基本的な手法であり、計算量が小さく実装も容易であることから広く利用されていたが、この手法では停止性が証明できないような難しい問題も多く存在する。この問題に関する関連研究として、Wehrmanらは多重完備化手続きとは独立に、適切な簡約順序を探索する完備化手続きとして停止性証明に基づく完備化手続きを提案した。この手続きでは出力する項書換え系に加え、制約系と呼ばれる項書換え系を新たに構築し、その停止性を示すことで適切な簡約順序の存在を保証する。よって、この停止性証明において何らかの自動化された停止性証明器を用いることで、手続き全体を自動化することが可能となる。しかし、この手続きにおいては、ある等式の向き付け方向が一意に定まらない場合があり、適切な方向を探索する必要がある。この非決定性はあらかじめ適切な簡約順序を与えることが困難であるという本質的な問題に対応し、明示的な簡約順序の代わりに停止性証明器を用いる場合も、非決定的な選択から生じる複数の手続きを並列に実行することが必要であることを意味する。本論文では多重完備化手続きの枠組みに基づき、停止性証明に基づく手続きの並列実行を効率よくシミュレートする手続きを提案した。まず、任意の停止性証明技法を取り扱えるよう、プロセスの複製という新しい概念を導入した多重完備化手続きを推論システムとして定式化し、その手続きの正当性を示した。次に、これらの手続きを評価するため、既存の実装及び単純な並列化との比較実験を行った。標準的な問題及び難しい問題に対する実験結果から、多重完備化手続きの枠組みの導入による並列実行のシミュレーションが、単純な並列化よりも高速であり、特に必要となる推論回数が多い大規模な問題に対してより効果的であることが明らかになった。

第六章では、第五章で示した手続きにおける停止性証明の効率化に向け、停止性証明技法を依存対法と呼ばれる強力かつ汎用的な手法に特化することで、その特徴を生かしたより効率の良い多重完備化手続きを示した。この手続きを用いることで、既存の実装では成功例がなかった困難な問題の完備化に成功することを示した。

第七章では、結論として本論文で述べられた研究結果のまとめ及び今後の展望を述べた。

# 学位論文審査の要旨

主 査 教 授 栗 原 正 仁  
副 査 教 授 古 川 正 志  
副 査 教 授 大 内 東  
副 査 教 授 赤 間 清

学位論文題名

## Extensions of Multi-Completion Systems for Term Rewriting Systems

(項書換え系多重完備化手続きの拡張)

与えられたソフトウェアが想定された性質を満たすか否かを、形式的かつ自動的に検証する技術は、複雑かつ大規模で高品質なソフトウェアシステムを開発する上で、非常に重要なものとして注目されている。なかでも、システムの仕様を等式に基づいて記述する代数的仕様記述の分野においては、等式に基づく推論すなわち等式推論の技術がその基盤技術となっており、その理論及び効率化を図るために、項書換え系の技術が研究されている。特に、等式推論における基本問題である語問題を解くための手続きとして、項書換え系の理論に基づく完備化手続きが存在する。完備化手続きは、入力として、仕様を記述した等式の集合を受け取り、それを公理とみなしたときに、検証したい性質を記述した様々な等式が定理として成り立つか否かを決定するために使用される項書換え系を出力する。しかし、完備化手続きは常に成功するとは限らず、成功しない場合は手続きが発散し、停止しない。さらに、この手続きには、等式集合に加えて、出力する項書換え系の停止性を保証するための簡約順序を利用者が与える必要があるため、手続きの自動化が困難であった。

この問題に対し、本研究では多重完備化手続きと呼ばれる、複数の完備化手続きの並列実行を効率よく模擬することを目的として提案された手続きを拡張し、適切な簡約順序を効率よく探索する完全に自動化された完備化手続きを提案している。その研究成果は大きく3つに分けられ、第一章の序論、第二章の理論的準備、及び第三章の問題提起に続く第四章から第六章までの3つの章において、それぞれ1つずつ説明されている。

第一章では、研究の背景として、等式推論及び項書換え系の重要性や完備化手続きの応用例を述べ、本論文における研究内容及び研究成果の概要を述べている。

第二章では、これ以降の章における数学的な議論に必要な等式推論及び項書換え系の定義及び性質を概説している。

第三章では、既存研究である完備化手続きと多重完備化手続きを概説し、それらの問題点について述べている。完備化手続きの問題点としては、利用者が手続きを成功に導く簡約順序を試行錯誤的に探す必要があること、及び手続きが停止しない可能性があるため、考えられる簡約順序を逐次的に試すことが困難であることを述べている。また、多重完備化手続きの問題点として、簡約順序

に基づく等式の向き付け処理の計算量が、典型的には入力に含まれるシンボルの数に対して指数的に増加することから、大規模な問題に対して多重完備化手続きを単純に適用することは困難であることを述べている。

第四章では、1つめの研究成果として、標準的な問題を全自動かつ高速に解くことを目的とし、簡約順序のクラスをブール制約で表現可能なものに限定して、簡約順序集合を二分決定グラフで表現することにより効率向上を実現した新しい多重完備化手続きを提示している。さらに、ブール制約による簡約順序表現として、再帰的経路順序のブール符号化を具体的に示している。この手続きを実装し、標準的な問題を用いた性能評価により、ブール符号化を行わない場合と比べて数十倍から数百倍の速度で完備化が成功することを示している。

第五章では、2つめの研究成果として、難しい問題を全自動かつ高速に解くことを目的として、Wehrman らにより提案された「停止性制約に基づく完備化手続き」の並列実行を効率よく模擬することにより効率向上を実現した新しい多重完備化手続きの枠組みを提示している。まず、任意の停止性証明技法を取り扱えるよう、プロセスの複製の概念を導入した多重完備化手続きを推論システムとして定式化し、その正当性を示している。次に、この手続きを評価するため、既存の実装及び単純な並列化との比較実験を行い、標準的な問題及び難しい問題に対する実験結果から、提案した多重完備化手続きが、特に大規模な問題に対してより効果的であることを示している。

第六章では、3つめの研究成果として、前章で示した手続きにおける停止性証明の効率化に向け、停止性証明技法を依存対法と呼ばれる強力かつ汎用的な手法に特化することで、その特徴を生かした、より効率の良い多重完備化手続きを提示している。この手続きを用いることで、既存の実装では成功例がなかった困難な問題の完備化に成功することを示している。

第七章は結論であり、本論文で述べられた研究成果のまとめ及び今後の展望を述べている。

これを要するに、著者は、多重完備化手続きに基づく等式推論の自動化及び効率化について新知見を得たものであり、ソフトウェアシステムの形式的検証のための重要な基盤技術の構築に関して、ソフトウェア工学に貢献するところ大なるものがある。よって著者は、北海道大学博士(情報科学)の学位を授与される資格あるものと認める。