博士（情報科学）　都　築　卓有規

学位論文題名

多様体上の非線形制御系の大域漸近安定化に関する研究

学位論文内容の要旨

本研究では，非線形制御系の原点への大域漸近安定化問題を扱っている．従来の大域漸近安定化問題では線形空間上の非線形制御系を対象とすることがほとんどであったが，実際には非線形制御系は曲がった空間である多様体上に存在する場合が少なくない．例えば，ロボットアームで回転数を数えない角度を状態として含む場合，すなわち０と２πを同一視する場合には，角度の成す空間は直線ではなく円環となる．同様に人工衛星の姿勢を考えると，状態のなす空間は３次元特殊直交群となる．また，移動物体の障害物回避問題では，穴の開いた空間を考える必要がある．このように線形空間と同相ではない空間上の制御系は，なめらかな制御則では大域漸近安定化不可能であることが知られている．本研究では，このような系の制御手法として，勾配的 Morse-Smale 制御系の設計法の応用である流れの位相幾何構造の遷移を用いた方法と，制御 Lyapunov-Morse 関数 (CLMF) を用いた方法を提案した．提案した CLMF による方法は，さらに，不連続制御則をもつ制御系の解の定義,CLMF による安定化法，遺伝的プログラミングを用いた CLMF の探索，の３つに分けられる．

(1) 流れの位相幾何構造の遷移を用いた大域漸近安定化法

既存手法の一つである勾配的 Morse-Smale 制御系の設計法では，厳密な意味での大域漸近安定化が不可能なため，条件を緩和した，ほとんど至るところ大域漸近安定な制御系の設計を目的としている．ほとんど至るところ大域漸近安定とは，測度ゼロ集合を除いた任意の状態から始まる解軌道が原点に収束することを意味する．勾配的 Morse-Smale 制御系の設計法は，流れの Conley 指数理論を用いることで，制御系から導かれる流れの位相幾何構造に注目している．勾配的 Morse-Smale 制御系の設計法では，代数位相幾何を用いることで自明ではない流れの位相幾何構造を解析し，その情報を利用することで，ほとんど至るところ大域漸近安定化を実現する制御則を設計している．流れに摂動を与えることで，ある流れの位相幾何構造から異なる流れの位相幾何構造への変化することを流れの位相幾何構造の遷移と呼ぶ．この遷移は Conley 指数理論における特異遷移行列を用いることで解析できる．本論文では，勾配的 Morse-Smale 制御系の設計法の応用として，特異遷移行列を用いることで，流れの位相幾何構造の遷移を利用したほとんど至るところ大域漸近安定化制御則の設計指針を明らかにした．

(2) 制御 Lyapunov-Morse 関数による大域漸近安定化法

A. 不連続制御則をもつ制御系の解の定義

CLMF による安定化法では,CLMF から自然に得られる不連続制御則を用いることで厳密な意味での大域漸近安定化を目的としている. ただし, なめらかな制御則を持つ制御系の解と異なり, 不連続制御則を持つ制御系の数学的な解で普遍的な方法は存在しない. 今までに提案されている不連続系の解としては,Filippov の解,Krasovskii の解,Euler 解, 一般化 Sampling 解などがあるが, どれも本研究に適用するには不都合が生じてしまう. そのため,Filippov の解における問題点である寄生解を除去することを考えた. 寄生解とは, 数学的には存在するが, 実際の対象には存在しない解のことである. 本論文で,Filippov の解から寄生解の一部を除いた新しい解の定義を提案し, この解の数学的意味での存在性を示した.

B. 制御 Lyapunov-Morse 関数による大域漸近安定化

多様体上の入力アフィン制御系の大域漸近安定化問題に対して, 不連続制御則を用いる CLMF による方法を提案した. 本論文で定義した CLMF とは多様体上の制御系に定義されたある関数であり, 従来用いられていた線形空間上の制御系の制御 Lyapunov 関数 (CLF) を, 多様体上の制御系に拡張したものである. 勾配的 Morse-Smale 制御系の設計法が流れの位相幾何構造を利用しているのに対し,CLMF による安定化法ではスカラー値関数である CLMF を利用している. CLMF による大域漸近安定化法の主結果の一つとしてとして,「ある CLMF を少なくとも一つ見つければ, その CLMF から自然に導かれる不連続制御則を用いることで大域漸近安定化が可能である.」という定理が得られた. このとき CLMF から具体的な制御則を与える方法も同時に示した. ただし, 不連続制御則を持つ制御系の解としては, 本論文で提案したものを採用している.

C. 遺伝的プログラミンを用いた CLMF の探索

上記のように,CLMF を少なくとも一つ探索することで不連続な大域漸近安定化制御則を設計することができる. しかし,CLMF を探索する系統的な方法は, 現在のところ存在しない. そのため, 遺伝的プログラミング (GP) に注目した.GP は遺伝的アルゴリズム (GA) の一変種であり,GA が個体の情報を配列で表現するのに対し,GP は個体の情報を木構造で表現する. そのため,GP は関数を解析的に扱うことが容易であるという利点がある. 特に, 関数の微分を近似ではなく, 解析的に処理することができる. よって,CLMF が満たすべき条件を,CLMF の時間微分に入力が陽に現れない曲面上において, 容易に計算することができる. このように CLMF を求めるために GP を利用することは有効であるため, 本研究では GP を用いた CLMF 探索アルゴリズムを提案した. そして, 簡単な例題を用いてその有効性を確認した.

この研究によって, 曲がった空間である多様体上の制御系の大域漸近安定化法の一解法として, 流れの位相幾何構造の遷移を用いた方法と, それとは異なる CLMF を用いた方法を示した. 特に CLMF による方法では, 提案した GP アルゴリズムを用いることで, 計算機を用いて CLMF を探索し安定化を実現できることを明らかにした.

学位論文審査の要旨

主　査　教　授　山　下　　裕
副　査　教　授　金　子　俊　一
副　査　教　授　小野里　雅　彦
副　査　助教授　石　動　善　久

学　位　論　文　題　名

多様体上の非線形制御系の大域漸近安定化に関する研究

本研究では、非線形制御系の原点への大域漸近安定化問題を扱っている。従来の大域漸近安定化問題では線形空間上の非線形制御系を対象とすることがほとんどであったが、実際には非線形制御系は曲がった空間である多様体上に存在する場合が少なくない。例えば、ロボットアームで回転数を数えない角度を状態として含む場合、すなわち0と2πを同一視する場合には、角度の成す空間は直線ではなく円環となる。また、移動物体の障害物回避問題では、穴の開いた空間を考える必要がある。このように線形空間と同相ではない空間上の制御系は、なめらかな制御則では大域漸近安定化不可能であることが知られている。本研究では、このような系の制御手法として、勾配的Morse-Smale制御系(GLMS制御系)の設計法の応用である流れの位相幾何構造の遷移を用いた方法と、制御Lyapunov-Morse関数(CLMF)を用いた方法を提案している。提案したCLMFによる方法は、さらに、不連続制御則をもつ制御系の解の定義、CLMFによる安定化法、遺伝的プログラミングを用いたCLMFの探索、の3つに分けられる。

GLMS制御系の設計法では、厳密な意味での大域漸近安定化が不可能なため、問題設定を緩和し、ほとんど至るところ大域漸近安定な制御系の設計を目的としている。GLMS制御系の設計法は、流れのConley指数理論を用いることで制御系から導かれる流れの位相幾何構造を用いることで自明ではない流れの位相幾何構造を解析することで、ほとんど至るところ大域漸近安定化を実現する制御則を設計している。摂動によりある流れの位相幾何構造から異なる流れの位相幾何構造への変化することを流れの位相幾何構造の遷移と呼ぶ。この遷移は特異遷移行列を用いることで解析できる。本研究では、GLMS制御系の設計法の応用として、特異遷移行列を用いることで、流れの位相幾何構造の遷移を利用したほとんど至るところ大域漸近安定化制御則の設計指針を明らかにしている。

CLMFによる大域漸近安定化法では、GLMS制御系の設計法とは異なり、不連続制御則を用いた厳密な意味での大域漸近安定化を目的としている。ただし、なめらかな制御則を持つ制御系の解と異なり、不連続制御則を持つ制御系の数学的な解で普遍的な方法は存在しない。今までに提案されている不連続系の解としては、Filippovの解などがあるが、どれも本研究に適用するには不都合が生じてしまう。そのため、Filippovの解における問題点である寄生解を除去することで問題を解決している。本論文においては、Filippovの解から寄生解の一部を除いた新しい解の定義を提案

し、この解の数学的意味での存在性を示している。

CLMF による大域漸近安定化法では、多様体上の制御系の大域漸近安定化問題に対して、CLMF を用いた不連続制御則の導出法を提案している。GLMS 制御系の設計法が流れの位相幾何構造を利用しているのに対し、CLMF による安定化法ではスカラー値関数である CLMF を利用している。本論文の主結果の一つとして、「ある CLMF を少なくとも一つ見つければ、その CLMF から自然に導かれる不連続制御則を用いることで大域漸近安定化が可能である。」という定理を得ている。このとき CLMF から具体的な制御則を与える方法も同時に示している。

上記のように、CLMF を少なくとも一つ探索することで不連続な大域漸近安定化制御則を設計することができる。しかし、CLMF を陽に導き出す系統的な方法は、現在のところ存在しない。そのため、本論文では遺伝的プログラミング (GP) を用いて CLMF を探索している。GP は遺伝的アルゴリズムの一変種であり、GP は個体の情報を木構造で表現する。そのため、GP は関数を解析的に扱うことが容易であるという利点がある。特に、関数の微分を近似ではなく、解析的に処理することができる。よって、CLMF が満たすべき条件を、CLMF の時間微分に入力が陽に現れない曲面上において、容易に計算することができる。このように CLMF を求めるために GP を利用することは有効であるため、本研究では GP を用いた CLMF 探索アルゴリズムを提案している。そして、簡単な例題を用いてその有効性を確認している。

これを要するに、著者は、非線形空間である多様体上の非線形制御系について、流れの位相幾何構造の遷移による方法と、それとは異なる CLMF と不連続制御則を用いた大域漸近安定化法を新たに提案している。これらの結果は、制御工学分野に対して貢献するところ大なるものがある。よって著者は、北海道大学博士 (情報科学) の学位を授与される資格あるものと認める。