

学 位 論 文 題 名

B-spline Ritz 法による平板および
円筒体の 3 次元自由振動解析に関する研究

学位論文内容の要旨

島国である我国は、限られた国土に社会基盤施設を安全かつ着実に整備しなければならない。今後は、地下空間を活用した地中構造物や海洋空間を利用した海洋構造物などが土木の分野で期待される社会基盤施設になると考えられる。しかしながら、これらは非常に過酷かつ厳しい立地条件下での構造物を建設することになるため、地上に架設する構造物と比較すると、より一層の安全な構造設計が要求されることになる。したがって、設計段階での設計精度の向上が実務設計において急務であり、現状の問題点の抽出を行なう必要がある。

高度経済成長期を境に、日本の構造設計、施工技術の進歩および建設材料の発展により、大型化、長大化かつ軽量化した構造物が土木の分野に関わらず多く架設されてきた。これにともない、比較的厚肉な平板、中空円筒体や中実円筒体が基礎構造要素として用いられている。また、補剛構造、複合構造や複合材料を用いた構造要素などの異方性構造要素が、構造物の剛性の向上および重量の軽量化を狙いとして使用される機会も増えてきている。このような厚肉な構造要素の運動では、古典理論で無視される面外せん断変形、回転慣性の影響や厚さ方向の応力-ひずみ成分が無視できなくなる。また、面外剛性が面内剛性に対して小さいような強い異方性を示す異方性構造要素では、厚さが薄肉であっても面外せん断変形の影響が無視できないことが知られている。したがって、厚肉や異方性構造要素の解析には、少なくとも面外せん断変形と回転慣性の影響を考慮したせん断変形理論による 2 次元解析が必要になり、可能であれば厚さ方向の応力-ひずみ成分をも厳密に考慮できる 3 次元弾性論に基づく 3 次元解析が望ましい。しかしながら、3 次元解析では種々の解析上の問題点を有するため、一般に容易ではない。

さて、構造物の挙動は少なからず動的なものであり、地震動や台風の影響を大きく受ける我国では、地震動や風荷重を含めた種々の動的外力に対して安全な構造設計が要求されることになる。よって、静的な構造設計よりも動的な構造設計に重点を置く必要があると思われる。ここで、動的な構造設計において基礎情報になるものが、固有振動数および固有振動モードである。これらは固有値問題を解くことによって得られるため、時間依存性の運動方程式から調和振動の仮定により、時間依存性を排除した空間に関する多元連立偏微分方程式の境界値問題に帰着されることになる。ここで、3 次元弾性論に基づく平板や円筒体の支配方程式は、面内変位と面外変位が連成する 3 元連立偏微分方程式で与えられるため、これを境界条件下で解けば数学的に閉じた解が得られることになるが、一般に任意の境界条件下では厳密な解を得ることが困難になる。したがって、何らかの数値解析法によって近似解を得ねばならず、また、この近似解は所要の解析精度を確保でき、実務者や研究者の誰もが容易に取り扱える数値解析法であることが望ましいと考える。

そこで、本論文では、任意の境界条件を有する 3 次元弾性論に基づく平板と中空および中実円筒体の弾性学的に厳密な自由振動特性を把握することに焦点を当て、特に数値解析法の開発に重点を置き、できるだけ簡易的、効率的かつ効果的に 3 次元解析を実施でき、かつ所要の解析精度が確保できる数値解析法として B-spline Ritz 法を開発し、本手法の適用性、有用性および有効性について明らかにしている。また、B-spline Ritz 法を用いて、任意の境界条件を有する平板、中空および中実円筒体の 3 次元自由振動解析を実施し、その自由振動特性について明らかにしている。

本論文は、全 6 章で構成されており、各章で取り扱われている内容を概説すると以下の通りである。

第 1 章では、研究動機および研究目的について述べ、3 次元解析の必要性とそれにもなう問題点について示している。また、平板および円筒体の 3 次元自由振動解析に関する既往の研究を数値解析法の観点から調査して、本研究の位置付けについて示し、本論文の構成と各章の概要について述べている。

第 2 章では、B-spline 関数の特性、表現およびその計算方法について述べており、この関数の境界条件の処理方法について調査している。また、Ritz 法について簡単に示し、試行関数の取り方によって Ritz 法が 2 つに分類できることを述べている。次に、B-spline 関数を Ritz 法の試行関数に採用した B-spline Ritz 法の定式化について述べており、B-spline Ritz 法と全体関数を用いた古典的な Ritz 法と有限要素法との関係や相違点などについても述べている。

第 3 章では、B-spline Ritz 法の解析法の特性を把握するために、等方性平板の 3 次元自由振動問題を例にとり、解に与える仮想バネ係数の影響、解の収束性に与える spline 次数、区分点の数や区分点の配置パターンの影響や解の精度比較について検討を行い、本手法の適用性、有用性および有効性について示している。

第 4 章では、直交異方性弾性理論に基づき B-spline Ritz 法を定式化し、直交異方性平板の 3 次元自由振動解析を行なっている。本手法の適用性、有用性および有効性について示し、実用上必要な解析パラメータについて検討している。また、厳密解を得ることが困難な固定面および自由面を含む直交異方性平板の自由振動特性に与える幾何パラメータの影響について検討している。

第 5 章では、中空および中実円筒体の 3 次元自由振動解析を実施するために、円筒座標系での B-spline Ritz 法の定式化について示している。第 3 章と同様の検討を行い、本手法の適用性、有効性や解の妥当性について示し、また、厳密解を得ることが困難な相対する 2 面が固定および片持ちされた中空および中実円筒体の自由振動特性に与える幾何パラメータの影響について検討している。

第 6 章は、結語であり、各章で得られた結果や知見をもとに本研究の総括を行い、今後の研究課題について述べている。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 三 上 隆

副 査 教 授 上 田 正 生

副 査 教 授 林 川 俊 郎

学 位 論 文 題 名

B-spline Ritz 法による平板および 円筒体の 3 次元自由振動解析に関する研究

最近、急速な施工技術の進歩により、社会基盤構造物は、益々大型化、長大化する傾向と共に、それが置かれる環境は陸上の他に、地中、海中等のように多様化してきている。このような大型化、複雑化する構造物を設計する場合、一般的に使用されている 1 次元および 2 次元解析手法の適用により得られる結果に基づけば、ややもすると過大な設計になりがちである。それを回避するための解析手法としては、3 次元解析法、例えば有限要素法等の採用が望ましいが、難解な計算手法、複雑なプログラミング等のため、数多くの設計コンサルタントのすべてが最新の解析技術水準を保つことが困難な状況にある。

本研究は、構造要素の中でも、基本的かつ多用される平板及び円筒体を取り上げ、動的問題を考察する上で、基礎的情報(固有振動数、変位・応力モード)を提供する自由振動問題に焦点を当て、一般技術者誰もが使用できるような簡便かつ効率的な近似解析手法の開発、その離散化条件と解の精度の関係及び平板と円筒体の自由振動特性の解明を目的に行ったものである。提示したは、Ritz 法に基礎を置きつつ、既存の Ritz 法の持つ問題点に考慮を払い、試行関数には正規化された B-spline 関数を採用し、幾何学的境界条件は仮想ばねの導入により満足するように定式化する B-spline Ritz 法である。

第 1 章では、本研究で扱う平板と円筒体に関する既往の研究成果を概観し、研究の目的と意義を明らかにしている。

第 2 章では、B-spline Ritz 法について記述している。B-spline 関数に関する基本的事項(表現、計算法、微分)を述べると共に、次章で扱う等方性板を例に取り、B-spline Ritz 法による自由振動問題の定式化過程を詳述している。

第 3 章では、等方性板の自由振動問題を対象にして、本解析法による固有振動数の収束性に与える離散化条件(仮想ばね係数、厚さ及び他の 2 方向の spline 次数、同様な区分点数)の影響を明確にすると共に、収束解の精度の検証を既往の解との比較により行い、本解析法の有効性を示している。すなわち、実用上十分な精度を有する解は、ばね係数には $10E+6/a$ (E =ヤング率、 a =辺長)、板厚方向及び他の 2 方向の spline 次数にはそれぞれ 5 及び 3、また板厚方向及び他の 2 方向の区分点数にはそれぞれ 9 及び 15 を用いれば良いこと、さらに、本解析法によれば、変位・応力モードは、厳密解が得られている 4 面単純支持された板の結果との比較により、通常の近似解析法では精度が

落ちることが多い応力モード値も変位モード値と同程度の精度で求められることを明らかにしている。

第4章では、これまでに比較的解析例が少なく、今後、軽量化等の目的で用途の拡大が予想される直交異方性板を対象にしている。まず、第3章と同様に、解の収束性に与える離散化条件の検討を行い、第3章で得られた条件が異方性板にも成立すること明らかにしている。次に、Mindlin 平板理論の適用性の検討を本解析結果との比較により行い、異方性の程度が大きい程、Mindlin 理論による解の精度が低下すること、また異方性の程度が小さく、かつ板厚比が大きい場合には、Mindlin 理論では求めることの出来ない変位モードが低次の振動に現れることを明らかにした。

第5章では、変位を円周方向にフーリエ級数に展開した半解析的な B-spline Ritz 法を用いて、中実及び中空円筒体の自由振動問題を扱っている。まず、十分な精度で解が得らための離散化条件(軸方向の spline 次数と区分点数には 5 と 15、半径方向のそれらには 3 と 9)を示し、次に、これまでに極端に情報量の少ない片持形式の円筒体の振動数特性の検討を行い、内径-外径比 ≤ 0.8 の中実・中空円筒体の最小振動数は、長さ-外径比によらず最小振動数を与える円周方向波数 n は 1 であること、また長さ-外径比は $n=0$ と 1 の振動数に影響を与えるが、 $n \geq 2$ では振動数に差異が生じないこと等を明らかにしている。特に、 $n=0$ 及び $n=1$ に対する特性は、変形モードが鉛直地震動及び水平地震動を受ける場合に励起されるモードに対応することから、耐震設計上有益な情報を提供している。

第6章では、本研究で得られた成果を総括している。

これを要するに、著者は、既往の Ritz 法の有する問題点に配慮を加えた B-spline Ritz 法を等方・異方性板及び中実・中空円筒体の自由振動解析に適用し、実用上十分な精度の解を得るための離散化条件と自由振動特性を明らかにし、数値計算上及び設計上有益な知見を得たものであり、構造力学及び構造動力学の発展に貢献するところ大なるものがある。よって著者は、北海道大学博士(工学)の学位を授与される資格あるものと認める。