

学 位 論 文 題 名

Dirac-Kähler Twisted Supersymmetry on a Lattice: Formulations with 8 and 16 supercharges

(Dirac-Kähler ツイストされた格子上の超対称性：
8 個及び16個の超対称生成子に基づく定式化)

学位論文内容の要旨

素粒子理論の大きな目標の一つは重力を含めたすべての基本相互作用を統一的に記述することである。その多くの試みの中においてボーズ粒子とフェルミ粒子の間の対称性である超対称性が大きな役割を果たすと考えられており、理論的及び実験的に活発な研究が行われている。一方、理論の非摂動的側面の解析を行うためには正則化された定式化を行うことが大変重要である。この点においては離散空間すなわち格子を用いた定式化が有効であることが格子 QCD の成功により広く知られている。また、2次元量子重力理論においてはランダム格子を用いた正則化が理論の非摂動的定式化として本質的な役割を果たすことが知られており、空間の離散化は単に技術的な利点にとどまらず、無限大を含まない正則化された理論の構成論的定式化として大きな意味を持つ。

上記の背景に基づくとき、超対称ゲージ理論の格子上での定式化は、理論の非摂動的側面の解明において将来的に大きな意味を持つと期待される。本学位論文において私は 3次元及び4次元格子上での超対称ゲージ理論の定式化、具体的には、8個及び16個の超対称生成子を持つ Dirac-Kähler ツイストされた超対称代数に基づく格子上での超対称 Yang-Mills 理論の定式化を行った。

超対称モデルの格子上での定式化に対しては歴史的にもすでに多くの試みがなされているが、主に以下の2点において大きな困難があると考えられてきた。

1) 連続時空での超対称代数は無限小並進演算子のフェルミオニックな分解であるが、格子上ではそのような無限小並進演算子は存在しない。

2) 格子上での素朴なフェルミオンの定式化はスペクトルダブリングの問題があり、格子上でボゾンとフェルミオンの物理的自由度が一致しているか自明ではない。

これらの困難に起因し、現在までに提唱されている定式化においては、超対称代数に含まれる生成子のごく一部分のみが格子上で厳密に実現されているに過ぎなかった。

一方我々は、上記1)の困難に対して、格子上の前方及び後方差分演算子のフェルミオニックな分解として格子上の超対称代数を定式化することを提唱している。この定式化が可能となるのは超対称代数が格子上のライプニッツ則と呼ぶべき条件を満たす必要があり、解析の結果、4個の超対称生成子から成る2次元 $N = 2$ 、8個の超対称生成子から成る3次元 $N = 4$ 、16個の超対称生成子から成る4次元 $N = 4$ の Dirac-Kähler ツイストされた超対称代数がその条件を満たすことが具体的に示される。このうち、2次元 $N = 2$ についてはすでに A. D'Adda, I. Kanamori, N. Kawamoto and K. Nagata [hep-lat/0507029] において格子上の超対称 Yang-Mills 理論の定式化を行っており、本学位論文はその3次

元 $N = 4$ 及び 4 次元 $N = 4$ 超対称 Yang-Mills 理論への拡張である。具体的な手法としては、代数に含まれる超対称生成子を格子上のリンク上に配置し、拘束条件とそれに伴う Jacobi 恒等式に立脚することで、格子上でマニフェストにゲージ共変な Yang-Mills 理論の定式化を行った。これは連続時空の超対称ゲージ理論で用いられる超接続を用いたゲージ共変な定式化を格子上に拡張したものに対応している。

本定式化の大きな利点は、出発点となる格子上のツイストされた超対称代数に含まれるすべての超対称生成子が格子上で厳密に実現される点にあり、これは前例のない大きな特色である。2 次元 $N = 2$ 及び 3 次元 $N = 4$ においては格子上でオフシエルのゲージ多重項の構成が可能であり、それに伴い、すべての超対称生成子に対してマニフェストに不変な格子上の Dirac-Kähler ツイストされた超対称 Yang-Mills 作用の構成が可能になる。特に 8 個の超対称生成子を厳密に格子上で実現する定式化は過去に前例が無く、本学位論文における研究の大きな成果の一つである。また、ツイストされた超対称性を用いた格子超対称性の定式化の重要な側面として、Dirac-Kähler ツイストされたフェルミオンが格子上の Staggered フェルミオンの構造を持つことが挙げられる。その際、出発点として用いた拡張された超対称性の自由度は Staggered フェルミオンにおけるフレーバーの自由度に他ならないことが特に 2 次元 $N = 2$ において具体的に示される。この対応は 3 次元 $N = 4$ 及び 4 次元 $N = 4$ においても成り立つと期待でき、このメカニズムは上の 2) に挙げた格子超対称性の定式化の際の問題点、格子フェルミオンのスペクトルダブリングに対する一つの解決法を与えている。

本学位論文においては上記 3 次元格子上の $N = 4$ (8 supercharges) のオフシエル超対称 Yang-Mills 理論の構成の他に 4 次元格子上の Dirac-Kähler ツイストされた $N = 4$ (16 supercharges) 超対称 Yang-Mills 理論の定式化を試みた。上述のようにこの代数は格子上のライブニッツ則を満たすため、原理的にはすべての超対称生成子が格子上で厳密に実現可能な枠組みである。連続時空における代数の解析の結果 Dirac-Kähler ツイストされた 4 次元 $N = 4$ 超対称代数は Marcus により提唱された B-type のツイストと同等であることが示され、この考察に基づき、格子上の Dirac-Kähler ツイストされた 4 次元 $N = 4$ 超対称 Yang-Mills 拘束条件とそれに伴う Jacobi 恒等式の解析を具体的に行った。その結果として導かれる格子上の 4 次元 $N = 4$ 超対称 Yang-Mills 多重項はオンシエルの構造を持つことが示された。2 次元 $N = 2$ 及び 3 次元 $N = 4$ の様にマニフェストに超対称不変な Yang-Mills 作用の構成を行うためにはオフシエル構造を持つ 4 次元 $N = 4$ 超対称 Yang-Mills 多重項の構成が不可欠であり、今後の重要な研究課題を考えている。

本学位論文における研究、Dirac-Kähler ツイストされた格子上の超対称性について今後特に理論の量子論的側面の解析を行う必要がある。また、その際、議論しなければならない問題として、連続極限に伴うスカラーポテンシャルの flat direction の問題が挙げられる。上述の超対称 Yang-Mills 理論は $N = 2$ 及び $N = 4$ の拡張された超対称性に立脚しており、超対称多重項として不可避免的にスカラー場を含む。一方、その連続極限でのポテンシャルは moduli を持つことが知られており、その自由度が連続極限の際に問題を生じる可能性のあることが、Kaplan らにより指摘されている。これらは今後の重要な研究課題であると考えている。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 河 本 昇
副 査 教 授 石 川 健 三
副 査 助 教 授 中 山 隆 一
副 査 助 教 授 鈴 木 久 男

学 位 論 文 題 名

Dirac-Kähler Twisted Supersymmetry on a Lattice: Formulations with 8 and 16 supercharges

(Dirac-Kähler ツイストされた格子上の超対称性：
8 個及び16個の超対称生成子に基づく定式化)

近年の素粒子論の研究に於いてボソンとフェルミオンの間の超対称性の果たす役割がますます重要になってきている。また半現象論的にもその対称性の存在が予言されている。一方格子によるゲージ場の理論及び2次元量子重力の定式化は成功を収めており、格子上での超対称性の定式化の可能性が改めて注目されている。格子超対称性の研究は約30年の歴史があり、厳密に格子上に超対称性を完全に定式化することに成功した例は過去に無い。これに対して本研究の前段階の研究として申請者を含む共同研究で2次元 $N=2$ のツイストされた超対称性を全ての電荷に対して厳密に格子上に乘せる事に成功し、Wess-Zumino 模型、BF 模型、超対称ヤング・ミルズ模型に対して具体的に可能で有る事を示した。

申請者は本博士論文においてこの研究を発展させ、3次元の $N=4$ のツイストされた超対称ヤング・ミルズ模型を全ての電荷に対して対称性を厳密に保って格子上に乘せられることを具体的に示した。また4次元 $N=4$ の場合にはツイストされた超対称性の成立は運動方程式を使う範囲内であるが、やはり全てのツイストされた超対称電荷に対して格子上に乘せられることを具体的に示した。特に3次元の超対称ヤング・ミルズ理論の場合に全ての電荷に対して厳密に格子上に乘せた定式化はこれまでに無く、全く新しい提案になっている。また4次元 $N=4$ のツイストされた超対称ヤング・ミルズ理論の場合も全ての電荷に対して格子上に乘せた例は無く、オンシェルでは有るが、4次元で成功した最初の定式化になっており、独創的な仕事であると評価できる。よって申請者は、「優れた研究業績をあげた者」と認められるのに十分な資格があると考えられる。

これを要するに、著者はツイストされた超対称性を持つ3次元及び4次元の $N=4$ の超対称ヤング・ミルズ理論に対して格子上での新しい定式化を提案したものであり、今後の格

子上での超対称性の定式化の更なる発展に貢献するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与されるのに十分な資格あるものと認める。