

学 位 論 文 題 名

Numerical Computation for Inverse Problems

(逆問題の数値計算)

学位論文内容の要旨

本学位論文では、初めに逆問題の非適切性に対する考察から始めて、次の研究テーマ (i)~(iii) について考察した。研究テーマ (iii) 以外は、数値計算・数値実験に関する考察を中心に考察した。

- (i) EIT(electrical impedance tomography) の数理の一部として必要不可欠な境界における導電係数とその微分の同定 (決定と同義語)
- (ii) 異なる境界条件を持つ複数個の障害物による音響散乱逆問題に対する probe method
- (iii) 数値微分法とその応用

以下各研究テーマについて概説する。

(i) EIT(electrical impedance tomography) の数理の一部として必要不可欠な境界における導電係数とその微分の同定:

EIT は心臓疾患の診断、乳ガンの診断に応用が期待されている簡単、安全、廉価な診断方法である。即ち体表面に電極をつけ、そこから微弱電流を流し、その結果生じる体表面上の電位分布を計測して、心臓や乳房の電気伝導度を同定することにより心臓疾患の診断や乳ガンの診断を行うものである。もちろん診断の対象となる体の部位に応じて、電極を適切に配置する。この EIT の数理では、まず診断の対象となる体の部位に近い体表面における導電係数とその微分の同定 (以下境界における同定と呼ぶ) を行い、ついでその部位の導電係数を同定する 2 段階方式取っている。これまでの研究では、境界における同定に関する数値実験結果がなく、有効な数値計算法とその数値実験が求められていた。本研究は、田沼一実と中村玄による数値計算法の数値実験を行いその有効性を実証した。

(ii) 異なる境界条件を持つ複数個の障害物による音響散乱逆問題に対する probe method :

この逆問題は、障害物による音響散乱について入射波に対する散乱波の遠方場を、全ての入射方向に対して観測して、障害物の位置と形状を再構成する (以下再構成手続きとよぶ) 逆問題である。この約 10 年間に linear sampling method, probe method, factorization method, singular sources method, no response test などの non iterative な再構成手続きが提案された。これらはこの 10 年間における逆問題研究のめざましい研究成果の一つである。これらの研究のほとんどは、障害物の個数は 1 個または同一の物理的性質を持つ複数個の障害物の場合に限定されている。唯一の例外として、probe method による Cheng, Liu, 中村玄の再構成手続き研究がある。そこでは複数の障害物があり、それらの障害物の境界の物理的性質が sound soft, sound hard, impedance (即ち Robin 境界条件) と異なる場合が扱われている。そして linear sampling method や factorization method は、この場合に適用することは難しいことが知られている。本研究では、Erhard と Potthast による sound soft な場合に対する probe method の数値実験を発展させて、境界の物理的性質の異なる 3 つの障害物に対して、Cheng, Liu, 中村玄の再構成手続きの数値実験を行った。

(iii) 数値微分法とその応用 :

数値微分法とは未知関数の有限個の点における値 (誤差を含んでもよい) から未知関数とその微分を近似的に求める逆問題のことである。本研究では、2 変数関数の未知関数の 2 階導関数を近似的

に求める数値微分法を与え、その有効性を数値実験により確かめた。そしてこの数値微分法を、肉厚の薄いパイプに内壁に発生した腐食を同定する逆問題や MRE(magnetic resonance elastography) による初期乳ガン同定逆問題に応用し、その数値実験を行った。その結果腐食の同定逆問題については、腐食のプロファイルを数値的に良好に同定出来ることが確認出来た。しかし初期乳ガン同定逆問題については、まだ良好な数値実験結果は得られていない。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 中 村 玄
副 査 教 授 神 保 秀 一
副 査 教 授 西 浦 廉 政
副 査 助 教 授 利 根 川 吉 廣

学 位 論 文 題 名

Numerical Computation for Inverse Problems

(逆問題の数値計算)

著者は、逆問題の数値計算・数値実験について研究した。その研究テーマは、(i)電気インピーダンス法の境界における未知導電係数の同定、(ii)音響散乱における物理的性質の異なる複数個の未知障害物の同定、(iii)数値微分法とその逆問題への応用についてである。

数値計算・数値実験は、技術的な側面強く、その概要を限られたスペースの中で述べることは不可能に近い。そこで、その概要の代わりに各研究テーマの意義と指摘すべき重要な事柄について述べる。

(i)は、心筋梗塞患者の心筋のモニタリングに活用が期待されている電気インピーダンス法に関する重要な研究テーマであり、特にその数値計算・数値実験が待たれていた研究テーマである。著者は極めて高精度でロバストな数値計算・数値実験を与えることに成功した。

(ii)は、音響散乱逆問題に対する未知障害物同定の再構成公式として知られている probe method に関する数値計算・数値実験についてである。特に未知障害物が複数個あり、しかもそれらの物理的性質が異なる場合に、probe method の有効性を検証したものととして大変興味ある結果を導いている。

(iii)は、2変数の未知関数とその2階までの偏導関数を、与えられた未知関数の有限個の点における近似値から同定する Tikhonov の正則化法に基づく数値微分法の数値計算・数値実験とその実用的な逆問題への応用についてである。著者は、この数値微分法の有効性を、数値実験で示した。そして実用的な逆問題への応用例を二つあげている。その一つは、肉厚の薄い真直ぐパイプの内壁に発生した腐食の電気インピーダンス法による同定逆問題であり、もう一つはMRE法に基づく初期乳ガン同定逆問題である。前者についてのみ数値計算・数値実験結果が示されており、腐食の電気インピーダンスのプロファイルが、良好に再現されている。注目に値する結果といえる。

以上のように、著者の各逆問題の研究テーマに関する数値計算・数値実験は、当該研究テーマに与えるインパクトが十分大きなものがある。

よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格があるものと認める。