Mindlin 理論による多層フラットプレート構造物の スラブの鉛直自由振動解析に関する研究

学位論文内容の要旨

フラットプレート構造は、空間の合理的な利用を可能にし、施工後の建築の用途変更に対する適応性に優れているため、大型量販店や工場などに適している。また、梁型が表れないため、視角が広くハイサッシュを採用することにより眺望を確保でき、間取りの変更も柔軟であることから、マンションなど住宅への適用例も今後ますます増加するものと思われる。しかしながら、フラットプレート構造物は、このようなメリットがある反面、通常の柱梁構造物と比較すると全体的に床スラブの剛性が低く、最近問題になっている床の振動被害が発生しやすい構造と言える。床の振動被害は精密機器を扱う半導体工場などでは製品の歩留まりにかかわり、住宅では健康被害など居住性に影響を与える。

本研究は、このような床の振動被害をもたらすスラブの共振を未然に予測し、更にはこれを防ぐための基礎研究として、多層フラットプレート構造物のスラブの鉛直自由振動解析を行い、その固有振動数及びモード形状などを求め、どのような躯体形態がいかなる振動特性を有するかについて明らかにすることを目的としている。解析手法としては、Mindlin 平板理論に基づいた基礎微分方程式を、完全な連続体として扱うことができる解析手法である重ね合わせ法を用いて解き、厳密解と称される級数解を求めるものである。また、平板の振動解析はその周辺の支持条件に大きな影響を受けるが、本解析では従来から用いられている古典的な境界条件に加え、それをさらに発展させた、より現実の支持条件に近い周辺が鉛直、回転及び振り方向のいずれか、もしくは全てに対して弾性支持された場合の平板を対象として研究を行っている。

本論文は 9 章から構成されており、各章の概要は以下の通りである。

第 1 章では、フラットプレート構造物の今後の可能性について示し、振動問題の現状について社会的背景を交えながら述べた後、現在の平板振動解析に関する研究を概観するために、既往の平板理論、解析手法、適用される境界条件についてまとめ、さらに個々の研究について言及した。最後に以上を受けて、本研究の目的及び位置づけを明確にしている。

第 2 章においては、本研究で用いる平板理論である、せん断変形と回転慣性を考慮した Mindlin 平板理論の基礎微分方程式を運動方程式より誘導した後、実際に解を求めることができる形式である、自由振動時の斉次形基礎微分方程式を Helmholtz の定理を用いて誘導し、さらに、非斉次形基礎微分方程式を荷重項を考慮することにより導いた。

第 3 章では、まず、多層フラットプレート構造物のモデル化を行うために、自由振動時の層間の変形状態を想定し、最下層モデル、中間層モデル及び最上層モデルを定め、各層モデルについて柱の支持条件を規定した。さらに、柱とスラブの連続条件を定めるために必要となる各層モデルにおける柱の回転角を Timoshenko の梁理論を用いて求めている。また、平板の変位

及びせん断変形成分の関数形を定めるために、振動時の変形状態を表す振動モードを設定し、それを受けて、スラブに対して外力となる柱とスラブの間に作用する相互作用力を、すべての振動モードについて規定した。この相互作用力は鉛直荷重及び曲げモーメントが作用することになるが、鉛直荷重は部分分布荷重として、曲げモーメントは偶力として扱い、平板問題に適用しやすい形である Fourier 級数展開により表現した。

第 4 章では、いわゆる古典的な境界条件である周辺が固定された場合の平板を対象としており、まず、一般解を得るために必要となる斉次解及び非斉次解を求めた。斉次解は第 2 章で誘導した斉次形基礎微分方程式に、振動モードに則した適切な関数形の変位及びせん断変形成分に対する Lévy 解を代入することで、簡単な常微分方程式の問題に帰着することができ、この常微分方程式を場合分けに注意しながら解くことにより、斉次解が得られる。非斉次解は、第 3 章で求めた柱とスラブの間に作用する相互作用力を外力とした非斉次形基礎微分方程式に、振動モードに適合した未定係数を含んだ たわみ及び回転角に対する Navier 解を適用し、係数比較を行うことにより求めた。このようにして得られた斉次解と非斉次解の和が一般解であり、この一般解に対して未充足境界条件及び連続条件を適用し、固有方程式を誘導した。解析結果として、固有方程式を解くと得られる固有振動数の一覧表を示し、最後に、解析結果の妥当性を検証するために、柱のような断面の大きさを持たない点支持の場合ではあるが、既往の研究との比較を行ない、これにより平板の周辺のみならず内部に柱などの支持を有する場合の本解析手法の妥当性を確認した。

第 5 章では、古典的な境界条件である周辺単純支持の場合について、第 4 章と同様に、式展開を行い、その解析結果を示し、既往の研究との比較によりその妥当性について検証を加えた。これら第 4 章及び第 5 章で得られた解は、周辺弾性支持条件が周辺単純支持と周辺固定の中間的な状態であることから、周辺単純支持板の解が、周辺弾性支持板の解の下限値を与え、周辺固定板の解が上限値を抑えることになるので、周辺弾性支持条件下における解析の効率化に役立つことになる。

第 6 章では、より現実の支持条件に近い、周辺が弾性支持された条件の中でも、鉛直方向のみが一様に弾性支持された境界条件の場合を対象とし、第 4 章と同様の手法で、斉次解及び非斉次解を求め、これより一般解そして固有方程式を誘導し、解析結果として固有振動数の一覧表を示した。

第 7 章では第 6 章と同様、弾性支持条件を扱っているが、鉛直方向に加え、回転方向に対しても一様に弾性支持された境界条件を考え、第 6 章と同様な手順により式展開を行い、解析結果を示した。

第 8 章では、鉛直、回転及び振り方向の全方向について一様に弾性支持された場合の平板を対象として、固有方程式を求め一連の式展開と、固有振動数の一覧表に加え、弾性支持条件で必要となる周辺剛性の固有振動数に与える影響に対する考察を行った。周辺剛性は、鉛直剛性、回転剛性及び振り剛性があるが、これらをそれぞれ個別に変化させた場合の固有振動数の変化について調べた結果、剛性変化に伴う固有振動数の変化は連続的であり、各剛性に適切な値を設定することにより、従来の古典的な境界条件すべての支持条件を再現することが可能であることを確認した。このことは、鉛直、回転及び振り方向に弾性支持された条件は、今までの古典的な境界条件問題を全て内包していることを意味しており、周辺が古典的境界条件で支持された場合の既往の平板問題は、この境界条件により、すべて対応できることを示した。さらに、解析結果として柱数や平板形状を変化させた場合の各振動モードにおける 1 次から 5 次までのモード形状を示して振動特性を明らかにし、最後に、内部に支持を有しない場合ではあるが、周辺が弾性支持された平板に対する既往の研究との比較を行い、本解析手法の弾性支持条件への適合性を確認した。

最後に、第 9 章では、各章について結語を述べ、本論文の総括を行い、今後の研究課題と方向性について示した。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 上 田 正 生
副 査 教 授 城 攻
副 査 教 授 石 山 祐 二
副 査 教 授 三 上 隆
副 査 教 授 内 山 武 司 (道都大学教授)

学位論文題名

Mindlin 理論による多層フラットプレート構造物の スラブの鉛直自由振動解析に関する研究

フラットプレート構造は、梁型が現れないことから空間の合理的な利用が可能であり、マンションや工場などでの適用例が今後ますます増加するものと思われる。しかしながら、この種の構造物は、そのメリットの反面、通常の柱梁構造物と比較すると床スラブの剛性が全体的に低く、最近問題になっている床の振動被害が発生しやすい構造と言える。

本研究は、このような床の振動被害をもたらすスラブの共振を未然に予測し、更にはこれを防ぐための基礎研究として、多層フラットプレート構造物のスラブの鉛直自由振動解析を行い、その固有振動数及びモード形状などを求め、どのような躯体形態がいかなる振動特性を有するかについて明らかにすることを目的としている。解析手法は、Mindlin 平板理論に基づき、重ね合わせ法により級数解を求めるものである。また、平板周辺の支持条件は、古典的な境界条件に加え、壁による外周架構の剛性を想定し、より現実の支持条件に近い弾性支持された場合を扱い、内部に縦横の柱列が配置された平板を解析対象として研究を行っている。

本論文は 9 章から構成されており、各章の概要は以下の通りである。

第 1 章では、フラットプレート構造物の現状について述べ、現在の平板振動解析に関する研究を概観し、最後に本研究の目的及び位置づけを明確にしている。

第 2 章においては、本研究で用いる平板理論である、せん断変形と回転慣性を考慮した Mindlin 平板理論の基礎微分方程式の誘導過程を示し、実際に解を求めることができる形式に式展開を行っている。

第 3 章では、多層フラットプレート構造物のモデル化を行うために、自由振動時の層間の変形状態を想定し、最下層モデル、中間層モデル及び最上層モデルを定め、各層モデルについて柱の支持条件を規定している。また、平板の変位及びせん断変形成分の関数形を定めるために、振動時の変形状態を表す振動モードを設定し、それを受けて、スラブに対して外力となる柱とスラブの間に作用する相互作用力を、すべての振動モードについて規

定している。

第4章では、いわゆる古典的な境界条件である周辺が固定された場合の平板を対象としており、まず、一般解を得るために必要となる斉次解及び非斉次解を求めている。斉次解は、斉次形基礎微分方程式に、各振動モードに則した Lévy 解を適用することにより得られ、非斉次解は、柱とスラブの間に作用する相互作用力を外力とした非斉次形基礎微分方程式に、振動モードに適合した未定係数を含んだ Navier 解を適用することにより求めている。このようにして得られた斉次解と非斉次解の和が一般解であり、この一般解に対して未充足境界条件及び連続条件を適用し、固有方程式を誘導している。解析結果として、固有振動数の一覧表を示し、最後に、既往の研究との比較を行ない、解析結果の妥当性を検証している。

第5章では、周辺単純支持の場合について、第4章と同様に、式展開を行い、その解析結果を示し、既往の研究との比較によりその妥当性について検証を加えている。

第6章では、より現実の支持条件に近い、周辺が弾性支持された条件の中でも、鉛直方向のみが一様に弾性支持された境界条件の場合を対象とし、第4章と同様の手法で、斉次解及び非斉次解を求め、これより一般解そして固有方程式を誘導し、解析結果として固有振動数の一覧表を示している。

第7章では、第6章の鉛直方向に加え、回転方向に対しても一様に弾性支持された境界条件を考え、第6章と同様な手順により式展開を行い、解析結果を示している。

第8章では、鉛直、回転及び振り方向の全方向について一様に弾性支持された場合の平板を対象として、固有方程式を求める一連の式展開と、固有振動数の一覧表に加え、弾性支持条件で必要となる周辺剛性の固有振動数に与える影響に対する考察を行った。その結果、剛性変化に伴う固有振動数の変化は連続的であり、各剛性に適切な値を設定することにより、従来の古典的な境界条件すべての支持条件を再現することが可能であることを確認している。さらに解析結果として、各振動モードにおけるモード形状を示して振動特性を明らかにし、最後に、周辺が弾性支持された平板に対する既往の研究との比較を行い、本解析手法の弾性支持条件への適合性を確認している。

第9章では、各章について結語を述べ、本論文の総括を行い、今後の研究課題と方向性について示している。

これを要するに、著者は多層フラットプレート構造物を、内部に断面を持つ柱を有し、周辺が各種支持条件により支持された平板としてモデル化を行い、Mindlin 平板理論に基づき、厳密解と称される固有振動数を重ね合せ法を用いて求める自由振動解析手法を開発したものである。工学において各分野共通の問題である平板の自由振動解析問題において、このような内部に柱を有し、周辺が鉛直、回転及び振り方向に弾性支持された場合を扱った研究は他には行われておらず、この分野に貢献するところは大きなものがある。

よって著者は北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格があるものと認める。