

不規則電子系の臨界点における異常局在状態の性質

学位論文内容の要旨

自然界の様々な系において発現する臨界現象は、その普遍性と一般性から高い関心が集められ、古くから多くの研究がなされている。特に、不純物や格子欠陥といった系の“乱れ”が、臨界的性質をどのように変化させるかを明らかにすることは興味深い問題であり、これまでの研究である程度明らかにされている。しかしながら、“乱れの統計的揺らぎ”と臨界現象との関係は現在でもほとんど理解されていない。近年、不純物を多く含む系の臨界点近傍において、乱れの統計的揺らぎがランダム・レーザー発振現象や超巨大磁気抵抗の起源となりうるということが指摘されている。これらの現象は工学的利用に直接結びつくため、より詳細なメカニズムの解明は急務のものとなっている。このように、臨界現象における乱れの揺らぎの効果を解明することは、理学・工学の両面において極めて重要であり、この問題に対する系統的研究が強く望まれている。本論文では、アンダーソン金属-絶縁体転移の臨界現象に着目して、臨界現象と乱れの統計的揺らぎとの関係を解明するための理論的研究を行う。アンダーソン転移は、系の乱れの強さの増加に伴い、散乱された電子波が量子干渉を起こすことで、金属から絶縁体へと変わる量子臨界現象である。アンダーソン転移の金属相では、異常局在状態と呼ばれる乱れの統計的揺らぎに起因した特殊な量子状態が存在することが近年明らかにされている。臨界点においてもこのような状態が存在することは知られているが、その性質についてはほとんど明らかにされていない。そこで本研究では、臨界点における異常局在状態の性質と、この状態が臨界現象に与える影響について系統的研究を行った。本研究を遂行することにより以下のことが明らかとなった。(1) 臨界点における異常局在状態を初めて明確に定義した、(2) 異常局在状態は有限サイズ効果ではないことを明らかにした、(3) スケーリング理論や繰り込み群理論などにより予想される臨界特性は、典型状態に対してのみ成立することを示した、(4) 異常局在状態は、絶縁相における通常の局在状態とは本質的に異なり、そのテール構造は典型状態と同じマルチフラクタル性を有することを明らかにした、(5) 異常局在状態を考慮した解析を行うことにより、相関次元と呼ばれる臨界指数がユニバーサルな指数であることを示した、(6) 異常局在状態は臨界点における準位統計に影響を与えないことを明らかにした、(7) マルチフラクタル相関指数のスケーリング関係式を初めて実証した。本論文は、全 12 章で構成され、各章の概要は以下の通りである。

第 1 章は序論であり、本論文の主題であるアンダーソン転移における異常局在状態に関する研究の背景と問題点、および臨界現象と乱れの統計的揺らぎの関係を明らかにする上での異常局在状態研究の位置づけについて述べる。

第 2 章では、不規則電子系におけるアンダーソン局在およびアンダーソン転移に関して現在までに得られている知見を概説する。特に、後の議論で重要となるランダム行列理論の基本的な考え方とユニバーサリティ・クラスの関係について説明する。

第 3 章では、金属相における異常局在状態に関する過去の研究、特に非線形 σ モデルによる理論解析

について説明する。また、異常局在状態を工学的に利用した一つの例として、ランダム・レーザーの動作原理と実際に行われた実験結果について解説する。この章の最後では、異常局在状態に関する研究の現状と問題点をふまえた上で、再び本論文の目的を述べる。

第4章では、臨界波動関数のマルチフラクタル性について言及し、この性質を利用した異常局在状態の定量的な定義を与える。具体的には、臨界波動関数がどの程度マルチフラクタル性を有しているかを定量化し、その状態が異常局在状態であるか否かを判断する。なお、個々の量子状態に対して適用可能な異常局在状態の定義は、本研究で初めて行われたものであり、このような明確な定義の存在により、異常局在状態の様々な性質の解明が可能となった。

第5章では、本研究で用いる数値計算モデルであるSU(2)モデルの説明を行なう。このモデルは2次元系で唯一アンダーソン転移を示す2次元シンプレクティック・クラスに属するモデルである。SU(2)モデルはスケール補正が小さいため、数値計算に適している。

第6章では、SU(2)モデルの臨界点における固有波動関数を計算するための固有値解析アルゴリズムを説明する。固有状態を求めるには、大規模な四元数行列の固有ベクトルを計算しなくてはならないが、本研究では強制振動子法と呼ばれるアルゴリズムを四元数行列に拡張することにより、これを行った。

第7章では、第4章で与えた異常局在状態の定義がSU(2)モデルの臨界波動関数に対し有効であることを示した上で、無限系における異常局在状態の統計的性質について議論する。研究の結果、無限系では典型的な臨界状態はマルチフラクタル性を有しているものの、異常局在状態もまた有限の割合で存在することが明らかとなった。このことは、異常局在状態が従来考えられていたような有限サイズ効果ではないことを示している。異常局在状態がマルチフラクタル性を持たないことを考慮すると、臨界現象におけるユニバーサリティという性質、およびこの性質から導かれるスケール理論や繰り込み群理論が予想する性質は、典型的な臨界状態のみが有するものであると帰結できる。本章では、このような理論が導く性質を検証する際、異常局在状態の排除が必要となる場合があることも指摘する。

第8章では、異常局在状態の空間構造に関する解析結果について述べる。この解析から、異常局在状態が真の局在状態ではないことが明らかとなった。特に、異常局在状態のテール部の構造が典型的な臨界波動関数と同じマルチフラクタル性を有することを示した。このことは、第10章で示す結果を解釈する際に重要となる。

第9章では、臨界波動関数の振幅分布のマルチフラクタル性を特徴付ける指数、すなわち相関次元に対するユニバーサリティの検証を行う。相関次元のユニバーサリティについては、これまでの研究で多くの論議をよんでいたが、本研究では異常局在状態を取り除いた臨界波動関数集合に対して相関次元の分布幅のサイズ依存性を調べることにより、相関次元がユニバーサルな指数であることを明らかにした。

第10章では、臨界点における準位間隔分布に対する異常局在状態の寄与について明らかにする。異常局在準位対の準位間隔分布を調べた結果、異常局在状態の存在は臨界準位間隔分布の関数形には全く影響を与えないことが明らかとなった。第8章で得られた異常局在状態の空間構造に関する解析結果から説明されるこの結果は、準位統計から臨界特性を考察する際に、異常局在状態の排除は必要ないことを示している。

第11章では、スケール理論により予想されるマルチフラクタル相関指数が満たすべきスケール関係式を検証する。従来の研究におけるこのスケール関係式の検証は極めて不十分なものであったが、異常局在状態を臨界波動関数集合から排除することにより、初めてこの関係式の実証を行った。

第12章は結論である。アンダーソン転移の臨界点における異常局在状態について本研究で得られた知見をまとめると共に、今後の課題について述べる。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 中 山 恒 義
副 査 教 授 山 谷 和 彦
副 査 教 授 明 楽 浩 史
副 査 助 教 授 矢 久 保 考 介

学 位 論 文 題 名

不規則電子系の臨界点における異常局在状態の性質

自然界の様々な系において発現する臨界現象は、その普遍性と一般性から高い関心が集められ、古くから多くの研究がなされている。特に、不純物や格子欠陥といった系の“乱れ”が、臨界的性質をどのように変化させるかを明らかにすることは興味深い問題であり、これまでの研究である程度明らかにされている。しかしながら、“乱れの統計的揺らぎ”と臨界現象との関係は現在でもほとんど理解されていない。近年、不純物を多く含む系の臨界点近傍において、乱れの統計的揺らぎがランダム・レーザー発振現象や超巨大磁気抵抗の起源となりうるということが指摘されている。これらの現象は工学的利用に直接結びつくため、より詳細なメカニズムの解明は急務のものとなっている。このように、臨界現象における乱れの揺らぎの効果を解明することは、理学・工学の両面において極めて重要であり、この問題に対する系統的研究が強く望まれている。本論文では、アンダーソン金属-絶縁体転移の臨界点において乱れの統計的揺らぎに起因して現れる異常局在状態に着目して、臨界現象と乱れの統計的揺らぎとの関係を解明するための理論的研究を行った。本研究を遂行することにより以下のことが明らかとなった。(1) 臨界点における異常局在状態を初めて明確に定義した、(2) 異常局在状態は有限サイズ効果ではないことを明らかにした、(3) スケーリング理論や繰り込み群理論などの結論は、典型状態に対してのみ成立することを示した、(4) 異常局在状態は、絶縁相における通常の局在状態とは本質的に異なり、そのテール構造は典型状態と同じマルチフラクタル性を有することを明らかにした、(5) 異常局在状態を考慮した解析を行うことにより、相関次元と呼ばれる臨界指数がユニバーサルな指数であることを示した、(6) 異常局在状態は臨界点における準位統計に影響を与えないことを明らかにした、(7) マルチフラクタル相関指数のスケーリング関係式を初めて実証した。本論文は、全 12 章で構成され、各章の概要は以下の通りである。

第 1 章は序論であり、本論文の主題であるアンダーソン転移における異常局在状態に関する研究の背景と問題点、および臨界現象と乱れの統計的揺らぎの関係を明らかにする上

での異常局在状態研究の位置づけについて述べる。

第 2 章では、不規則電子系におけるアンダーソン局在およびアンダーソン転移に関して現在までに得られている知見を概説する。

第 3 章では、金属相における異常局在状態に関する過去の研究について説明する。また、異常局在状態を工学的に利用した一つの例として、ランダム・レーザーの動作原理と実際に行われた実験結果について解説する。

第 4 章では、臨界波動関数のマルチフラクタル性について言及し、この性質を利用した異常局在状態の定量的な定義を与える。

第 5 章では、本研究で用いる数値計算モデルである $SU(2)$ モデルの説明を行なう。

第 6 章では、 $SU(2)$ モデルの臨界点における固有波動関数を計算するための固有値解析アルゴリズムを説明する。

第 7 章では、無限系における異常局在状態の統計的性質について議論する。研究の結果、無限系では典型的な臨界状態はマルチフラクタル性を有しているものの、異常局在状態もまた有限の割合で存在することが明らかとなった。

第 8 章では、異常局在状態の空間構造に関する解析を行い、異常局在状態のテール部の構造が典型的臨界波動関数と同じマルチフラクタル性を有することを示した。

第 9 章では、臨界波動関数の振幅分布のマルチフラクタル性を特徴付ける指数、すなわち相関次元に対するユニバーサリティの検証を行う。異常局在状態を取り除いた臨界波動関数集合に対する解析を行うことにより、相関次元がユニバーサルな指数であることを明らかにした。

第 10 章では、臨界点における準位間隔分布に対する異常局在状態の寄与について明らかにする。異常局在準位対の準位間隔分布を調べた結果、異常局在状態の存在は臨界準位間隔分布の関数形には全く影響を与えないことが明らかとなった。

第 11 章では、スケーリング理論により予想されるマルチフラクタル相関指数が満たすべきスケーリング関係式を検証する。異常局在状態を臨界波動関数集合から排除することにより、初めてこの関係式の実証を行った。

第 12 章は結論である。アンダーソン転移の臨界点における異常局在状態について本研究で得られた知見をまとめると共に、今後の課題について述べる。

これを要するに著者は、工学利用価値も高い異常局在状態に対する研究を行い、乱れの統計的揺らぎと臨界現象との関係に関する新知見を得たものであり、応用物理学に対して貢献するところ大なるものがある。よって著者は、北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。