

学 位 論 文 題 名

Super Yang-Mills Model on a Lattice With $N=D=2$ Twisted Superspace

($N=D=2$ のツイストされた超空間を用いた格子上での
超対称ヤン-ミルズ模型)

学位論文内容の要旨

物理学の究極の目標の一つに全ての相互作用を統一的に理解することがある。そのような理解を与える究極理論では、なぜこの世界にはボソンとフェルミオンの2種類の粒子が存在するのかを説明できなければならない。両者を統一的に記述する枠組として、超対称性が知られている。また究極理論を記述する枠組は、非摂動的で発散の正則化まで含めて定義されてなければならない。

場の量子論を非摂動的に、正則化まで含めて記述する唯一知られた枠組は、格子を用いる方法である。場の理論の計算には発散が伴うので、常に何らかの正則化が必要である。時空を格子状に切って記述するのはその正則化の一つである。

ところが格子上で超対称性を記述する試みは30年近い歴史があるにも関わらず、未だに満足の行く定式化が得られていない。理由の一つは、まずフェルミオン(スピノールで表される)、とくにカイラルフェルミオンの格子上での記述が難しいからである。二つ目は、超対称性は基本的に無限小並進の平方根なので、有限並進しか持たない格子上では記述が困難だからである。並進は座標表示では微分で記述されるが、格子上では微分のライブニッツ則が破れてしまう。二つ目の困難は、具体的には例えばライブニッツ則の破れに由来して作用関数の超対称不変性が保てなくなるという形で現れる。

ところで、究極理論の候補の一つとして超弦理論があるが、その非摂動的定式化として行列理論が提唱されている。行列理論は、非常に乱暴に言えば超弦理論を格子を用いて記述する側面を持っている。またある種の行列理論と超対称性を持った場の理論との対応や、超弦理論の低エネルギー有効理論としての超対称ゲージ理論の有効性が明らかになってきている。これらの研究から、格子上での超対称性の記述、とくに超対称ゲージ理論の記述への関心が高まってきている。また近年、ギンスバーグ-ウィルソン関係式の再発見に伴い格子上でのカイラルフェルミオンの記述が大幅に進歩を遂げた。これに触発され次は超対称性の記述という気運が高まっている。

一方で超対称性そのものは、とくに内部自由度をもつ拡張された超対称性は、ツイストと呼ばれる操作を通してトポロジカルな場の理論の量子化と結び付いていることが明らかになってきた。技術的にはツイストされた超対称性の超空間による記述が得られている。ツイストされた超対称性はスピノールを使わないので、格子上で記述する際有利である。またツイストの操作は、フェルミオンをスピノールを用いずに微分形式を用いて幾何学的に記述するディラック-ケーラー(D-K)の定式化と類似し、とくにD-Kフェルミオンのフレーバーと呼ばれる自由度と拡張された超対称性の内部自由度が対応していることが分

かっている。ところで D-K フェルミオンは格子上ではスタグガードフェルミオンの定式化に対応し、非可換微分形式を用いて両者の対応が直接付けられている。非可換微分形式は、非可換性を利用することで微分のライプニッツ則を回復させる手法である。

以上の背景の下に、格子上で超空間を記述し、それを用いて超対称ヤン-ミルズ理論を記述した。具体的には 2 次元のユークリッド時空で、 $\mathcal{N} = 2$ の超対称性を用いた。

まずは超対称代数を離散化した。そして非可換微分形式と同様の手法でライプニッツ則を回復させるために、超電荷と変換パラメータに非可換性を導入した。この非可換性は連続極限で消える「弱い」非可換性である。変換パラメータはフェルミオンのであり、超空間の構成に利用できる。このようにして非可換性を持った超空間と、超場を構成した。非可換性に由来し、超場の構成要素は全て同一の格子点に乗るのではなく少し散らばって乗っている。この散らばり方は、超電荷に割り振られた非可換性によって決まるもので、非可換性は場所の「ずれ」として現れてくる。そのずれを超対称代数の無矛盾性だけから決めようとする和一意的には決まらず、さらには 2 次元時空で始めたにも関わらず、3 次元の構造を持つことさえ可能になる。

次に格子上の超空間を用いて、ゲージ理論の一種である超対称ヤン-ミルズ模型を記述した。基本方針として、非可換性に伴うずれを格子点と格子点をつなぐリンクとして扱った。定式化としては、超空間での接続を用いる、幾何学的方法を用いた。この定式化を用いれば、超空間を用いているので、そして格子上であっても超代数を保っているので、全ての超電荷に対して不変な理論を構成できる。作用関数の形は全ての超電荷に対して完全 (Q-exact) であり、また超電荷の満たす代数がゲージ変換の自由度を除いて冪ゼロなので、格子上でも代数さえ満たせば超対称不変な作用関数を構成できる。実際、非可換性を用いた超変換の下で不変であり、然るべき古典的な連続極限の下で既存の超対称ヤン-ミルズ模型になる、格子上の作用関数を得た。もちろんゲージ不変性も厳密に保たれている。また模型が意味を持つための条件から、ずれを与えるパラメータが一意的に決まった。ゲージ場は通常の格子ゲージ理論とは異なり、ユニタリーなリンク変数にはならなかった。ゲージ場のリンク変数は差分 (並進) を生成し、そのリンクは本来は単位並進であった。しかし得られた結果は、超対称性が並進の平方根であったことに由来してゲージ場のリンクはもはや単位並進ではなくなったことを意味している。また、基本的に全ての場がリンクに乗っており、とくに粒子と反粒子に相当する場が互いに逆向きのリンクに乗る構造になった。フェルミオン部分は、スタグガードフェルミオンのような構造をしており、そのフレーバーは超対称性の内部自由度と対応している。連続極限をとる際には、一種の強結合極限をとる必要があり、あたかもスカラー場が 4 次元 $\mathcal{N} = 1$ の超対称ヤン-ミルズ模型のゲージ場に由来するような構造をしている。

以上のように、超対称ヤン-ミルズ模型を格子の上で定式化し、格子上での変換則と作用関数を与えた。ライプニッツ則および超対称性を保つために導入した非可換性がどのような影響をもつのか、とくに量子効果を通して超対称性を壊すような悪影響を持たないかは今後の課題である。しかし、そのような非可換性の下であっても全ての超電荷に対して不変な超対称ヤン-ミルズ理論を格子上で構成できたことは、他に見られない大きな成果である。また今回の定式化では、リンクを用いた。そして全ての場がその共役な場と互いに逆向きのリンクに乗ることを明らかにした。しかし超電荷だけは例外で、不自然である。これは離散化に用いた代数の表示 (マヨラナ表示) に由来するので、これをマヨラナ条件を課したディラック表示に拡張する必要性が明らかになった。これはリンクを用いて始めて明確になったことで、これも今後の発展の方向性を示す大きな成果である。

学位論文審査の要旨

主 査	教 授	河 本	昇
副 査	教 授	石 川	健 三
副 査	教 授	大 川	房 義
副 査	助教授	中 山	隆 一
副 査	助教授	鈴 木	久 男
副 査	講 師	末 廣	一 彦

学 位 論 文 題 名

Super Yang-Mills Model on a Lattice With $N=D=2$ Twisted Superspace

($N=D=2$ のツイストされた超空間を用いた格子上での
超対称ヤン－ミルズ模型)

これまで格子による場の理論の定式化は、格子QCDで成功し、重力の関連する分野でも2次元では成功を収めている。現象論的に超対称性の必要性が要請される中で、超対称性を格子上で定式化する事が必要とされる。しかし超対称性を格子に乘せることはいくつかの理由で困難があり、これまで超対称性を格子上に乘せる定式化の研究は30年にも及ぶが、全ての超対称電荷に対して対称性を持つ定式化は提案されていない。

申請者はこの論文において、2次元の $N=2$ の超対称ヤング・ミルズ理論を格子に乘せる定式化を提案し、それに成功した。ここでは、格子上での差分がライプニッツ則を満たすように、マイルドな非可換性を導入し、ツイストされた超対称場の定式化を格子上で定式化することに成功した。これにより超対称ヤング・ミルズ理論の格子上への定式化を実現し、全てのツイストされた超対称電荷に対しての超対称性を持つ格子上での定式化としてこれまでに無い提案であり、長年の懸案である定式化に一つの方向性を与えた独創的な仕事である。よって申請者は、「優れた研究業績をあげた者」と認められる十分な資格がある者と考えられる。

これを要するに、著者は2次元の超対称ヤング・ミルズ理論を格子に乘せる新しい定式化を提案したものであり、今後の格子上での超対称性の定式化の更なる発展に貢献するところ大なるものがある。よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。