

キャビテーションをともなう高速気泡流のモデル方程式 の導出とそれに基づく気泡流中の波動伝播の解析

学位論文内容の要旨

高速で流れている液体の圧力が、流体の加速などにより、その温度における飽和蒸気圧よりも低くなると、液体に含まれていた微小な気泡が気液界面での相変化をともないつつ急激に成長する。その後の静圧上昇によって、成長した気泡は急激に収縮し消滅（崩壊）する。このとき、気泡の近傍に数 GPa にも及ぶ衝撃的高圧が発生する。この現象はキャビテーションと呼ばれる。キャビテーションは、流体機械の性能低下や騒音、振動、ポンプやプロペラの翼面の壊食を引き起こすとして問題視される一方で、近年では、水中ウォータージェットを用いた加工、切削、洗浄、水中に溶解する有機物の分解などに有効利用されている。しかしながら、このような流れ場には直径 $10\mu\text{m}$ 程度の微細な気泡が多数含まれており、それらは激しく膨張・収縮しながら数 10 m/s を超える高速で運動している。このため、流れ場の構造および流れの中での気泡の挙動などは理解されておらず、キャビテーション現象そのものが十分に解明されていない。これほどに複雑な流れ場を実験的に解析することは非常に困難である。それゆえ、信頼できる理論に基づく適切なモデルを導入し、これを精密に数値解析することが要求される。ところが、これまでに提出されているモデル方程式は、気泡の半径を一定とみなすことができるような低速の流れに対するものがほとんどであり、キャビテーションをともなう高速の流れに対しては、これを記述するためのモデル方程式は確立されていなかった。

本研究の目的は、キャビテーションをともなう高速気泡流にも適用可能な、気泡の大振幅の膨張・収縮によって発生する衝撃的高圧を記述できる新しい二流体モデルの平均化方程式を導出することである。さらに、得られた方程式の物理的妥当性を検証するために気泡流中の線形平面波の伝播過程の理論解析と数値解析を行なう。

本論文は全 6 章で構成されており、各章の概要と関連は以下の通りである。

第 1 章では、キャビテーション現象ならびに気液二相流の理論解析・数値解析に関する従来の研究について概説し、本研究の位置づけ、その目的と特徴を述べる。

第 2 章では、本研究の核となる体積平均化と呼ばれる疎視化手法に関する議論を行なう。体積平均化とは、流れの代表スケールよりは十分小さいが気泡径よりは十分大きな体積における物理量の体積平均を新たな従属変数として導入し、これを支配する方程式系を導くことである。とくに本研究のように、気泡の集合からなる気相とそれを取り囲む液相について別々に体積平均化を行なうことによって導かれる方程式系を二流体モデルという。体積平均化は個々の気泡の挙動の詳細にとらわれることなく気泡の集団的ふるまいを明らかにできるという点で、多数の微細気泡を含む高速気泡流の解析に適している。しかしながら、疎視化手法であるがゆえに、方程式系を

従属変数に関して閉じさせるためにさらなるモデル化が必要である。二流体モデルでは、気液界面近傍での各相の質量・運動量・エネルギーの輸送が、気液界面近傍各点での平均化されていない物理量の界面に関する積分として表される。最終的に得られるモデル方程式の有効性、適切性は、対象とする流れ場の特徴をいかに物理的に正しく数学的に厳密に考慮してこれらの積分をモデル化するかによって決まる。

第3章で、キャビテーションをともなう高速気泡流に適用できる二流体モデルの平均化方程式を導出する。この章が本論文の中心となる章である。キャビテーションをともなう高速気泡流に特有でかつ最も重要な現象は、高速の流れの中で激しく気泡が崩壊する際に、気泡近傍の液体中に局所的な衝撃的高圧が発生する現象である。従来の二流体モデルのように、気泡径より十分大きな体積で気液各相の圧力を体積平均してしまうと、気泡近傍に発生する局所的な高圧を記述することが不可能となる。そこで本研究では、気液界面近傍での運動量輸送の圧力に関する部分を平均量でモデル化する際、気液各相の体積平均圧力に加え、気泡近傍での液体の表面平均圧力を導入する。この表面平均圧力の効果を首尾一貫した仮定のもとに矛盾なく気液各相の運動量保存の式に組み込むことが本研究の特色である。

第4章では、第3章で得られたモデル方程式の物理的妥当性を検証するために、気泡流中を伝播する線形平面波の理論解析を行なう。従来の気泡流中の波動の解析では、液相の圧縮性は気相のそれに比べて十分小さいとして無視される場合が多かった。その結果、正負の方向に伝播する波のモードは一種類しか見出されなかった。本研究では、液相の圧縮性を考慮して解析を行ない、正負の方向に伝播する波のモードが二種類であることを明らかにする。この二種類の波のモードをその位相速度の特性から *slow mode*, *fast mode* と名づける。本章では、液相の圧縮性を考慮した場合と無視した場合の波の各モードの分散関係式を比較することによって、液相の圧縮性の効果が気泡流中の波動伝播の問題において本質的に重要であることを示す。すなわち、(i) 本研究で得られたモデル方程式で液相の圧縮性を無視した場合、従来の液相を非圧縮とする理論の結果にほぼ一致すること、(ii) *slow mode* が従来の液相非圧縮のモードに対応し、*fast mode* が液相の圧縮性により新たに生じる波のモードであること、(iii) 気泡流中の音速として広く用いられている等温平衡音速が、液相を非圧縮として得られる波の伝播速度の長波長極限であるため、気相体積率（ボイド率）がゼロに近づくにしたがって無限大に発散するのに対し、液相の圧縮性を考慮した *slow mode* の伝播速度の長波長極限は液单相の音速と一致することなどを示す。また、二種類の波のモードに与えるボイド率の影響や、重要なパラメータである代表気泡径と代表波長のスケール比の影響も明らかにする。

第5章では、第4章で得た線形化されたモデル方程式に様々な初期条件を与え、MacCormack法を用いて数値的に解き、気泡を含む静止液体中での微小振幅波の伝播のシミュレーションを行なう。得られた結果と第4章で行なった線形理論解析の結果とを対比させ、液相の圧縮性を考慮した場合の二種類のモードの波の伝播特性を詳細に調べる。ここで、代表気泡径と代表波長のスケール比が、波形に最も大きな影響を及ぼすパラメータであることを実証する。また、数値計算で得られた液相の圧力波形に停留位相の方法から得られる波形を重ね、各モードの波の特定を行なうことによって、スケール比のパラメータが小さい場合、伝播速度が遅く振幅の大きい *slow mode* の波に先行して、プリカーサのような伝播速度が大きく振幅の小さい *fast mode* の波が伝播することを明らかにする。

第6章では、本研究で得られた結果をまとめ、本研究の総括を行う。

学位論文審査の要旨

主査	教授	藤川重雄
副査	教授	井上良紀
副査	教授	武田靖
副査	助教授	矢野猛

学位論文題名

キャビテーションをともなう高速気泡流のモデル方程式 の導出とそれに基づく気泡流中の波動伝播の解析

高速で流れている液体の圧力が、流体の加速などにより、その温度における飽和蒸気圧よりも低くなると、液体に含まれていた微小な気泡が気液界面での相変化をともなう急激に成長する。その後、下流での静圧上昇によって、成長した気泡は急激に収縮し消滅（崩壊）する。このとき、気泡の近傍に数 GPa にも及ぶ衝撃的高圧が発生する。この現象はキャビテーションと呼ばれる。キャビテーションは、ポンプやプロペラの翼面に壊食を引き起こすとして問題視される一方で、近年では、水中ウォータージェットを用いた加工、切削、洗浄、有機物の分解などに有効利用されている。しかしながら、このような流れ場の構造および流れの中での気泡の挙動などは理解されておらず、キャビテーション現象そのものが十分に解明されていない。それは、流れ場が極めて複雑であるため実験的解析が困難であることや、キャビテーションをともなう高速の流れを記述するモデル方程式が未だ確立されていないことなどによる。それゆえ、信頼できる理論に基づく適切なモデルを導入し、これを精密に数値解析することが要求される。

本研究の目的は、キャビテーションをともなう高速気泡流にも適用可能な、気泡の大振幅の膨張・収縮によって発生する衝撃的高圧を記述できる新しい二流体モデルの平均化方程式を導出することである。さらに、得られた方程式の物理的妥当性を検証するために気泡流中の線形平面波の伝播過程の理論解析と数値解析を行なう。

本論文は全6章で構成されており、各章の概要と関連は以下の通りである。

第1章では、キャビテーション現象ならびに気液二相流の理論解析・数値解析に関する従来の研究について概説し、本研究の位置づけ、その目的と特徴を述べる。

第2章では、本研究の出発点となる二流体モデルに対して、一般的な平均化方程式の導出を行なう。多数の微細気泡を含む高速気泡流を解析する場合、気液界面までも解像する直接数値シミュレーションや個々の気泡を追跡する手法は今日のコンピュータの能力では現実的ではないため、本研究では、体積平均化に基づく二流体モデルを基礎とする。そこでは、各相の体積で平均化された物理量の平均量が従属変数となる。本章で導出される二流体モデルの平均化方程式では、

気液界面近傍での各相の質量・運動量・エネルギーの輸送が、気液界面近傍各点での平均化されていない物理量の界面に関する積分として表されているため、この段階で得られた平均化方程式は数学的に閉じていない。数学的に閉じたモデル方程式を導出するためには、対象とする流れ場の特徴を考慮して、これらの積分を平均量でモデル化する必要があることを述べる。

第3章で、キャビテーションをともなう高速気泡流に適用できる数学的に閉じた二流体モデルの平均化方程式を導出する。この章が本論文の中心となる章である。キャビテーションをともなう高速気泡流に特有でかつ最も重要な現象は、高速の流れの中で気泡が崩壊する際に、気泡近傍の液体中に局所的な衝撃的高圧が発生する現象である。この現象を捉えるため、本研究では、気液界面近傍での運動量輸送の圧力に関する部分を平均量でモデル化する際、気液各相の体積平均圧力に加え、気泡近傍での液体の表面平均圧力を導入する。この表面平均圧力の効果を首尾一貫した仮定のもとに矛盾なく気液各相の運動量保存の式に組み込むことが本研究の特色である。

第4章では、第3章で得られたモデル方程式の妥当性を検証するために、気泡流中を伝播する線形平面波の理論解析を行なう。本研究では、液相の圧縮性を考慮して解析を行ない、正負の方向に伝播する波のモードが二種類であることを明らかにする。この二種類の波のモードをその位相速度の特性から *slow mode*, *fast mode* と名づける。得られた結果を要約すると、(i) 本研究で得られたモデル方程式で液相の圧縮性を無視した場合、従来の液相を非圧縮とする理論の結果にほぼ一致する、(ii) *slow mode* が従来の液相非圧縮のモードに対応し、*fast mode* が液相の圧縮性により新たに生じる波のモードである、(iii) 気泡流中の音速として広く用いられている等温平衡音速が、液相を非圧縮として得られる波の伝播速度の長波長極限であるため、気相体積率（ボイド率）がゼロに近づくにしたがって無限大に発散するのに対し、液相の圧縮性を考慮した *slow mode* の伝播速度の長波長極限は液単相の音速と一致する。さらに、二種類の波のモードに与えるボイド率の影響や、重要なパラメータである代表気泡径と代表波長のスケール比の影響も明らかにする。

第5章では、第4章で得た線形化されたモデル方程式に様々な初期条件を与え、MacCormack法を用いて数値的に解き、気泡を含む静止液体中での微小振幅波の伝播のシミュレーションを行なう。得られた結果と第4章で行なった線形理論解析の結果とを対比させ、液相の圧縮性を考慮した場合の二種類のモードの波の伝播特性を詳細に調べる。ここで、代表気泡径と代表波長のスケール比が、波形に最も大きな影響を及ぼすパラメータであることを実証する。また、数値計算で得られた液相の圧力波形に停留位相の方法から得られる波形を重ね、各モードの波の特定を行なうことによって、スケール比のパラメータが小さい場合、伝播速度が遅く振幅の大きい *slow mode* の波に先行して、プリカーサのような伝播速度が大きく振幅の小さい *fast mode* の波が伝播することを明らかにする。

第6章では、本研究で得られた結果をまとめ、本研究の総括を行う。

これを要するに、著者は、キャビテーションをともなう高速気泡流の極めて複雑な流れ場を記述できる新しいモデル方程式を導出し、その妥当性を示すとともに、モデル方程式の検証の過程で、従来明らかでなかった波動現象を明らかにしている。このことは、現在、発展途上の段階にある気液二相流に関する流体力学を発展させるものであり、さらには機械工学の発展に貢献するところ大なるものがある。よって、著者は北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格があるものと認める。