

学 位 論 文 題 名

$N=4$ Twisted Superspace Formalism and Dirac-Kähler Fermion in Four Dimensions

（4次元 $N=4$ のツイストされた超空間の定式化と
Dirac-Kählerフェルミオン）

学位論文内容の要旨

現在、場の理論および弦理論などで超対称性を利用した研究が盛んに行われています。超対称性とはボーズ粒子とフェルミ粒子を関係付ける対称性であり、この対称性を持つ理論には、同じ質量のフェルミ粒子とボーズ粒子が存在することになります。このとき量子補正を考えるとフェルミ粒子とボーズ粒子の寄与が逆であることから、その効果が相殺されることが生じます。したがって、理論の発散の程度を弱くすることが可能となり、特に高エネルギー領域では重要な働きをしていると考えられています。

1988年 Witten によって4次元の $N=2$ super Yang-Mills 理論と対応付けられる位相的場の理論の一種である Donaldson-Witten 理論が提案されました。この位相的場の理論とは古典的な作用が一般座標変換の下で不変である理論となります。また、Baulieu と Singer によってトポロジカル Yang-Mills 理論のインスタントン条件による BRST 量子化からこの理論が導出されることが示されました。したがって、このような対応を調べることで超対称性あるいは位相的場の理論のより深い理解に繋がると思われます。

本研究は超対称性を持つ理論を構成するとき強力な手法であった、超空間での定式化をツイストされた理論で構成し、その空間上での演算子の具体的な表示を与え、幾つかの超場の定義を与えます。次に本研究の基となった2次元での状況を説明します。2次元で位相的場の理論である BF 理論を BRST 量子化すると、その位相的場の理論の特性から BRST 対称性と同様であるか対応するチャージがベクトルである対称性が存在するかが知られていました。更に詳しく調べるとスカラーの対称性があることも分かります。このとき、各々のチャージの交換関係がある代数を満たしている事が分かります。ただし、このとき代数を閉じさせるには運動方程式を用いなければなりません。ここで、この代数を運動方程式を使わずに成り立つと仮定し、そのチャージに対応するフェルミオンの反可換の座標を導入しツイストされた超空間を定義します。この超空間上の座標を用いて先ほど仮定した代数を満たすチャージの表現やそれと独立な微分演算子を作ることができます。このとき超空間上で定義される場を超場と呼び、この超場の積で作用を定義します。例えば、ある拘束条件に従うカイラル超場の積で作られる作用は先ほどの BF 理論と対応するものが導出されます。ただし、ここで導かれた作用は場の変換性が上述の代数を運動方程式を使わずに満たすものとなっていて性質が良いものとなっています。

また、Kawamoto と Tsukioka によって一般化されたゲージ理論を用いたトポロジカル Yang-Mills 理論のインスタントン条件を用いた量子化で先ほど述べた代数を運動方程式を用いて満たす理論が提案されました。更に、通常の超対称変換のチャージと位相的場の理

論の BRST 量子化で現れる変換のチャージとの対応関係に Dirac-Kähler フェルミオン メカニズムが重要な役割を果たしていることが指摘されました。このメカニズムは、ある種の内部対称性を持ったスピノール場を微分形式の基底で展開し、その係数としてテンソル場が定義されるものとなっています。このテンソル場が位相的場の理論に現れるテンソル場と対応することとなり、その結果ゴースト場が物質場であるスピノール場と対応がつくことが明らかにされました。

また、このメカニズムは格子理論で現れる Kogut-Suskind フェルミオン あるいは staggered フェルミオン といったものの連続極限をとったものとなっています。したがって、格子上で超対称性を持つ理論を構成するときに重要な役割を果たすと考えられます。

本研究は現在 2 次元で定義されている超空間による定式化をより現実的な 4 次元への拡張を行ったものです。4 次元の場合には、超空間を規定するツイストされた超対称性の代数がないので Dirac-Kähler フェルミオン メカニズム を用いてその代数を構成し、チャージに対応する超空間上の座標を導入します。次にその座標を用いて BRST チャージを含む対称性の表現や Lorentz 変換、R-変換 と呼ばれる変換の演算子の表現を与えました。また、この超空間上で定義される超場を用いて作られる作用に対してどのような組み合わせが可能であるかを議論し、具体的に変換の代数が運動方程式無しに成り立つ $N=4$ の作用を構成しました。しかしながら、4 次元 $N=4$ の場合に定義した超場は、まだ可約でありその超場には余分な場が存在しています。このような可約性は超場に拘束を付けて取り除くことができます。その拘束条件を幾何学的に導出しようとする方法があり超接続の方法と呼ばれます。ここでは 2 次元 $N=2$ の場合と 4 次元 $N=2$ の場合について理論を構成し、その時の超場に課される拘束条件を調べました。またこのとき、各々からトポロジカル Yang-Mills 理論が導出されることが分かりました。

今後の課題としては $N=4$ の場合に超場に対してどのような拘束条件が付けられるかを超接続の方法で調べる必要があると思われます。また位相的場の理論では現在他にも知られている理論があるので、それらの量子化との関係も調べる必要があると思われます。

学位論文審査の要旨

主査	教授	河本	昇
副査	教授	石川	健三
副査	助教授	中山	隆一
副査	助教授	鈴木	久男
副査	助教授	羽部	朝男
副査	講師	末廣	一彦

学位論文題名

$N=4$ Twisted Superspace Formalism and Dirac-Kähler Fermion in Four Dimensions

(4次元 $N=4$ のツイストされた超空間の定式化と

Dirac-Kählerフェルミオン)

近年超対称模型の研究が盛んに行われている。これ等の研究の多くは、近年の超弦理論の発展から派生したテーマに基づいているが、これとは違う流れで超対象性の源をトポロジカルな場の理論の量子化に求める研究の流れがある。この後者の流れに対してこれまで量子化の際生ずるBRST電荷とその仲間に関して知られていたが、これ等の理論の統一的な定式化は提案されていなかった。これに対して本研究ではこの後者の研究のテーマの視点からトポロジカルな場の理論を量子化してツイストという操作を行ったときに生まれるツイストされた超対象性とその超空間の4次元での定式化を提案する。

著者はこの論文において、4次元の $N=4$ のツイストされた超対称を持つ超対称空間の定式化を完成させ、これまで知られている具体的な4次元の模型への応用と新しい模型の提案を行った。またこの定式化の背景にあるディラック・ケーラーフェルミオンの定式化との関連を明確にした。この仕事は、これまで知られていたスピノールによる超対称空間の定式化を反対称テンソル場の空間の定式化に置き換え、量子化と超対称性との関連を明らかにする定式化を与えたものである。特に量子化の際のゴースト場がディラック・ケーラーの機構により物質場に変換され超対称の源になっていることを明らかにした点で、独創的な指摘であり4次元でこの点を指摘した例はまだない。また $N=4$ のオフシェルで超対称な理論の具体的な作用を始めて書き下した。

これを要するに、著者はツイストされた超対称空間の4次元での新しい定式化を提案したものであり、今後の格子上での超対称性の定式化等に貢献するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。