

Existence of enhanced binding in quantum field models

(量子場のモデルの強化された束縛の存在)

学位論文内容の要旨

本研究は、粒子とボーズ場が相互作用する量子系の強化された束縛について考察している。結合定数 λ を持つ量子系では、 λ が 0 である時に基底状態を持たないにもかかわらず、0 以外のある値をとる時には基底状態を持つという状況が起こることがあるが、そのとき、その量子系は強化された束縛を持つと言う。

強化された束縛を持つ量子系の典型的な例は、その量子系のハミルトニアンがシュレーディンガー作用素の場合である。即ち、ハミルトニアンが、 d 次元の二乗可積分空間上の作用素 $H(\lambda) := -\Delta + \lambda V$ の形の場合である。ここで Δ は d 次元のラプラシアンであり、 V はポテンシャルである。実際、 $H(0)$ は基底状態を持たない。 $\lambda \neq 0$ の時に $H(\lambda)$ が基底状態をもつかどうかは V の具体的な形によるが、多くの場合は $H(\lambda)$ は基底状態を持つ。シュレーディンガー作用素型のハミルトニアンを持つ量子系の強化された束縛は古くから研究されており、多くの結果が存在する (Reed and Simon (1978))。

近年では、シュレーディンガー作用素型のハミルトニアンを持つ量子系だけでなく、粒子と量子場が相互作用する量子系の強化された束縛が研究されている。

Hiroshima-Spohn (2001) によって、量子電磁力学 (QED) における、双極近似された Pauli-Fierz モデルの強化された束縛の存在について研究が行われた。また、Arai-Kawano (2003) は、一般化されたスピノボゾンモデル (GSB model) について、ある条件下での強化された束縛の存在が証明している。さらに、Arai (2003) は、その結果を拡張し、拡張された一般化されたスピノボゾンモデルに対しても強化された束縛の存在を考察している。

本論文では、粒子と量子場が相互作用する量子系の強化された束縛の存在について、二つの結果が得られた。

一つは、一般化されたスピノボゾンモデルが、ある条件を与えた時に強化された束縛を持つことが証明されたことである。ここでは、相互作用するボーズ場のボーズ粒子の質量が 0 でない場合と、質量が 0 であり、かつ赤外発散がない場合との二つの場合が証明されている。さらに、この結果をもう少し具体的なモデルである、双極近似された A の二乗の項のない Pauli-Fierz モデルに対して適用している。

本論文で得られた結果の二つ目は、Arai (2003) で導出された、拡張された一般化されたスピノボゾンモデルが強化された束縛を持つための条件を満たす具体例なモデルが構成されたことである。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 新 井 朝 雄

副 査 教 授 岸 本 晶 孝

副 査 助 教 授 山ノ内 毅 彦

学 位 論 文 題 名

Existence of enhanced binding in quantum field models

(量子場のモデルの強化された束縛の存在)

近年、量子場の数学的理論において、量子場の質量が0である場合に、量子場の相互作用系における基底状態—ハミルトニアン—のスペクトルの下限が固有値であるときの対応する固有ベクトルの存在を示し、関連する数学的構造を明らかにしようとする研究が盛んに行われてきている。特に、量子的粒子と量子場が相互作用を行う系の基底状態の存在を証明し、その特性を解析することは近年の量子場理論の数理解析における重要な研究の流れのひとつを形成している。従来は無摂動系の基底状態が存在する場合において、相互作用の入った摂動系の基底状態の存在を証明するという形がとられていたが、最近、無摂動系の基底状態の存在を仮定しない場合にも摂動系の基底状態が存在するかどうかを調べる問題が研究されている。この問題は強化された束縛の問題と呼ばれる。

本論文は、一般化されたスピナーボゾンモデルという量子場のモデルにおいて、強化された束縛の存在を証明したものであり、強化された束縛の問題に対する独創的で新しい知見を提供するものである。

より具体的に言えば、量子的粒子系は抽象的ヒルベルト空間 H を状態空間とするものを取り、そのハミルトニアンは下に有界な任意の自己共役作用素とする。量子場はボース場であり、これは、 d 次元ユークリッド空間上のルベグ積分の意味で2乗可積分な関数空間からつくられるボソンフォック空間 F を用いて記述される。一般化されたスピナーボゾンモデルのハミルトニアンは、 H と F のテンソル積ヒルベルト空間上の対称作用素として定義される。著者は、まず、このハミルトニアン—の自己共役性を証明する。そして、ある種のユニタリ変換とさまざまな不等式を確立することにより、当モデルが強化された束縛をもつことを証明する。

これを要するに、著者は、抽象ヒルベルト空間と関数空間上のボソンフォック空間のテンソル積ヒルベルト空間における自己共役作用素のあるクラスの基底状態の存在について新しい知見を得たものであり、無限次元解析学あるいは非可換解析学に対して貢献するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。