

学 位 論 文 題 名

Chaotic itinerancy generated by coupling of Milnor attractors

(ミルナーアトラクターの相互作用によって生じるカオスの遍歴)

学位論文内容の要旨

カオスの遍歴とは力学系の軌道がアトラクター痕跡間をカオスを経て遷移する現象であり、近年高次元の力学系において発見された。代表的な研究として、池田の光乱流のシミュレーション、金子の大域結合写像(GCM)、津田の非平衡ニューラルネットワークモデルがある。カオスの遍歴におけるアトラクター痕跡とは安定状態にあった通常のアトラクターがパラメーターの変更によりある方向へ不安定化し、なおかつその影響が残っている状態と考えられる。その概念にもっとも近いものとしてミルナーアトラクターがある。実際、ミルナーアトラクターは GCM の数値実験において確認されている。この GCM は代表的な 3 つのモデルの中でもっとも詳しく研究が進められている。それはこの系が高い対称性を持つためであり、その対称性によって系の中のいくつかの要素が同調した不変部分空間上にミルナーアトラクターが現れるからである。このミルナーアトラクターがリドルドな流域を持つことにより不変部分空間間の遷移がおきカオスの遍歴が発生している。もしミルナーアトラクターがカオスの遍歴の本質であるならば、逆にミルナーアトラクター同士を結合することによってカオスの遍歴を観測できることが期待される。

カオスの遍歴の機構についての研究は進んでいるが、まだ完全に解明されてはいない。リドルドな流域は GCM 等ではカオスの遍歴の重要な要因となっているが、津田のニューラルネットワークモデルでは観測されていない。またカオスの遍歴を特徴付ける性質のひとつとして、グレボジ、サウアーの示したゼロ-リアプノフ指数が収束しないという性質があるが、この性質がすべてのカオスの遍歴で成り立つかは不明である。

本研究では、カオスの遍歴の要因となると思われるミルナーアトラクターを持つ写像の結合系を提案する。このモデルは近年研究が進められてきた高い対称性を持つモデルとはタイプが異なる。この系はある種の対称性を持っているが、この対称性は直接的にカオス的な遷移に関係していない。このモデルにおいては、個々の写像のミルナーアトラクターではなくミルナーアトラクター間の相互作用によって生み出されたトーラスがクライシス分岐の後アトラクター痕跡になりカオスの遍歴が起きている。また、モデルの数値シミュレーションによって流域がリドルドな領域とワダベイズンのような領域からなる複雑な構造をもつことが判明した。他方、リアプノフ指数の大きな揺らぎと非常にゆっくりした収束を観測した。本論文において、この性質はカオスの遍歴の存在を示す代表的な指標であることを提案する。

学位論文審査の要旨

主 査	教 授	津 田 一 郎
副 査	助教授	松 本 健 司
副 査	教 授	辻 下 徹
副 査	助教授	小 林 亮

学 位 論 文 題 名

Chaotic itinerancy generated by coupling of Milnor attractors

(ミルナーアトラクターの相互作用によって生じるカオスの遍歴)

複雑系の動力学とその相空間上での構造を調べるための重要な道具として大自由度カオス力学系の研究が数学はもとより物理学、生物・医学、工学、経済学など非常に広い分野で注目を集めている。他方、アトラクター痕跡間のカオスの遷移現象が津田、金子、池田によって1990年頃発見され、大自由度力学系の普遍的な遷移過程としてカオスの遍歴と命名された。その後類似の現象が異なる系で数多く発見されるとともに、厳密な数学研究も始まり、最近その機構の一つが解明されるに至っている。著者はこれらの研究動向を踏まえ、カオスの遍歴を生み出す機構を備えた新しい力学モデルを提案し、カオスの遍歴に普遍的にみられる著しい特徴を発見した。著者は John Milnor が定義したいわゆるミルナーアトラクターを有する 1 次元写像の拡散型結合系を詳しく研究した。拡散型結合は通常とは異なり振動位相により引力と斥力の間を変化するものとした。1 次元写像のミルナーアトラクターは不動点であるため対称性の考察からそれらの間の遷移過程は不可能であることが予測され、高次のミルナーアトラクターの生成が遍歴現象に必要である。実際、著者は不動点ミルナーアトラクターから発生したトーラスもしくは局所カオスが不変集合として存在すること、及び各不変集合がミルナーアトラクターに変化し、クライシス分岐が起こることアトラクター痕跡となりそれらの間を遍歴する軌道が存在することを発見した。著者はカオスの遍歴の発生機構の一つを相空間の幾何学的考察、遍歴軌道の測度論的考察を行うことで解明した。すなわち、各ミルナーアトラクターの流域に針状の穴が無数にあくリドルドベジンを数値的に見出し流域構造を決定することで、カオスの遍歴の発生機構を解明した。

カオスの遍歴においては擬軌道追跡性とともアトラクター自体の追跡性、すなわちアトラクター全体にわたる統計量の収束性が破れているのではないかと T. Sauer の予想があったが、著者は後者に関して、リアプノフ指数の収束性を研究することで解決を試みた。著者は最大リアプノフ指数でさえ大きな揺らぎを伴いべき的収束の指数が非常に小さいこ

とを見出し、この性質がモデルによらないカオスの遍歴に普遍的な現象であることを仮説した。従って、アトラクター全体にわたる統計量の収束性の破れは認められなかったが、保存力学系に近い程度に極めて遅い収束性が観察された。

これを要するに、著者は、大自由度力学系の典型的な遷移現象であるカオスの遍歴を生成する新しい数理モデルを提案し徹底した数値解析によりカオスの遍歴の発生機構を確認するとともに新しい統計的特徴づけを与えたことにより、複雑系数理学、応用数学、力学系の発展に貢献するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士(理学)の学位を授与される資格あるものと認める。