

学位論文題名

フレーゲ算術とヒュームの原理

学位論文内容の要旨

ゴットロープ・フレーゲが、『算術の基礎』においてヒュームの原理を基数の定義として採用することを拒否したのは、それが「シーザー問題」として知られる困難を解決できないからであった。ヒュームの原理は、通常「概念 F に帰属する数と概念 G に帰属する数が同一であるのは、概念 F と概念 G が同数的であるとき、かつそのときに限る」と表現される命題である。ヒュームの原理を用いると、例えばそこに数 2 が帰属する概念（～は火星の衛星である）と、そこに数 1 が帰属する概念（～はアメリカの大統領である）とでは、そのメンバーの間に一対一対応が成立しないので、命題「火星の衛星の数＝アメリカの大統領の数」は偽であることを説明できる。しかしこの種の説明が可能なのは、同一性命題に出現する名辞が「～の数」という形式をもっている場合だけに限られており、同一性命題に「～の数」という形式を持たない任意の名辞が出現するような場合には、もはやその命題に真理値を割り振ることはできない。つまり、「ジュリアス・シーザー＝火星の衛星の数」といった命題に対し、ヒュームの原理から与えられる基数概念だけからでは、そこに一意的な真理値を与えることができないのである。しかし定義は、もしそれが充分によくできたものであれば、定義されるものに対して我々が持つ直観をサポートする筈である。そして、実際にはいかなる数もシーザーではないという直観を我々が自明なものとして持っている以上、ヒュームの原理は少なくとも基数に対して我々が持つ直観を十分に反映したものだとは言えない。ヒュームの原理が表現する基数概念は、我々の基数への直観に比して何かを欠いているがゆえに、定義として採用できない。以上が、『基礎』におけるシーザー問題である。

このシーザー問題は、『基礎』においては結局解決されないままであるそこで本論文では、以下の二つの問いに答えることを課題とした。一つは、なぜフレーゲは『基礎』においてシーザー問題に頭を悩ませたのか、という問いであり、もう一つは、『基本法則』では、それと同種の問題が生ずるにもかかわらず、そしてそれにフレーゲ自身が気づいていたにもかかわらず、なぜその問題に正面から取り組んではいないのか、という問いである。本論文ではこれらの問いに対する検討を通じてシーザー問題の行方を探った。

本論文のねらいは、数学に関する構造主義、特にシャピロの提唱する構造主義の批判的検討を通じて、フレーゲ算術に対する哲学的な評価を行うことにある。シャピロ

の構造主義は、抽象的存在者としての数の存在を積極的に主張するフレイゲの数学的実在論と親和性があり、この点が非常に特徴的である。しかも、フレイゲが論理主義のプログラムを推進してゆくうえで直面した困難のひとつである「シーザー問題」に対して、これをうまく回避するための説明を与えながらも、基本的な思考の枠組みや道具立てについては、フレイゲの遺産のいくつかを有効な形でそのまま活用することができる。そこで本論文では、まずフレイゲの数学の哲学との関わりの中で構造主義が議論の俎上にのぼる背景を紹介し、続いてシャピロの構造主義の特徴を明らかにした。そして、それがシーザー問題をどう回避するのか確認した上で、構造主義のうえではフレイゲ算術にどのような評価が与えられることになるのかを論じた。

さて、フレイゲは『算術の基礎』において、ヒュームの原理は基数の定義としては不十分なものであるとしてこれを退けている。これはつまり、ヒュームの原理を介してわれわれが到達しうるような基数概念は、算術を理解するうえで必要な基数概念とするには看過できない不足がある、とフレイゲが考えていたからに他ならない。しかし、二階の論理の諸公理と、唯一の非論理的公理としてヒュームの原理からなるいわゆる「フレイゲ算術」は、フレイゲ自身によって一旦は放棄されたヒュームの原理をその体系における中心的な位置へと引き戻してしまう。ここにある種の緊張がある。少なくともわれわれは、こうした操作に対する正当化を与える必要があるだろう。ヒュームの原理から得られる基数概念が、いったいどんな点で不十分であると考えられたのか、そしてそれが不十分であるとしたら、不足分をいかに補うか、あるいはそもそもそれは補われる必要があるのかどうか。これらの問いに対して、回答を用意しなければならない。そして、シャピロの提唱する構造主義は、このいずれについても説得力のある説明を与えることが可能であるとの結論が本論文で得られた。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 中戸川 孝 治
副 査 教 授 山 田 友 幸
副 査 教 授 小 野 芳 彦

学 位 論 文 題 名

フレーゲ算術とヒュームの原理

論文審査委員は、以下の経過及び内容で論文審査を行った。

第1回（平成15年4月14日） 申請論文を審査委員に配布、日程調整。

第2回（平成15年5月28日）論文内容の審査、問題点の検討。口述試験に先立ち、質問する機会を設けることにした。

第3回（平成15年6月13日）提出論文について、直接質問。関連分野の基礎理解の程度が的確であること、および、論文の議論の構成と重点の置き方について確認された。

第4回（平成15年6月23日）口述試験において質問すべきことを整理した。

第5回（平成15年6月30日）口述試験の質問事項の再検討と整理、評価基準の検討。

第6回（平成15年7月14日）申請者の口述試験を実施し、口述試験の内容を検討し、学位授与の可否を判定、その後、教授会報告資料最終案を決定した。

本論文は以下の4章から構成されており、各章の構成、内容、理論的妥当性についても各審査委員による詳細な検討、審議がおこなわれた。

第1章では、フレーゲの論理主義とは何か、論理主義のために用意された概念装置にはどのようなものがあつたか、どのような世界観、存在論が念頭に置かれていたか、説明される。さらに、『算術の基礎』において直面した「シーザー問題」が、どのような理由から発生したのかを明確にし、新たな形態で論理主義を引き継ごうとするならば、フレーゲの概念装置のどの部分を継承または放棄しなければならないか、論述がなされる。第2章では、ヒュームの原理からペアノの諸公理を導出する（フレーゲの定理）際にヒュームの原理がどのように機能するか、ブーロスの議論を手がかりに考察する。加えて、フレーゲの定理に用いられる第2階の論理に関して論理主義者に向けられる批判、つまり「第二階の論理は実際には論理というより数学なのであって、仮に第2階の論理に算術を還元したところで、論理主義が本来持つはずの認識論的な優位性は獲得できない」という批判に対するネオロジシストの側からの回答についても、議論がなされる。第3章では、ヒュームの

原理を論理的な真理として確保しうるかどうか、模索される。結果的に、ヒュームの原理を通常の意味での「論理的真理」と見なすことが困難であること、ヒュームの原理がある意味において原初的な真理であることを、維持するならば、論理主義と接合しうる別種の立場を見いだす必要があることが示される。さらに、ライトやI.ラムフィットによる論理主義の特徴付けのなかに、構造主義的な存在観があること、構造主義による算術の理解が、「算術的語彙の指示が一意に定まらない」という論理主義の困難を克服する可能性があることが示される。第4章では、S.シャピロの提唱する構造主義を議論の軸に据え、彼の立場がフレーゲの論理主義と親和性が高いことが確認され、シーザー問題を解消する論証が提示される。

フレーゲ算術の哲学的基礎を探求する本論文において、第1に指摘すべきは、シーザー問題を手がかりに考察を行っている点である。これにより、フレーゲ算術と言語の哲学・意味論との関連が、従来の研究ではかならずしも明確でなかった程度にまで解明する方法論上の新たな視点が提示された意義は少なからず評価されねばならない。第2の成果として挙げるべきは、ペアノの公理を導くヒュームの原理は数名辞を含んでおり、その限りにおいてシーザー問題の影響を受けるとの指摘である。ヒューム原理からペアノの公理を導くことの意義が、記号論理・数理論理上の意義にとどまらず、意味論的な領域にまで及ぶことが示されたことにより、論理主義の基礎をヒュームの原理を介して意味論的に問う途がひらかれたことになる。第3には、クリスピン・ライト、ボブ・ヘイルを中心とする一群のネオロジスト・グループ内の論争、およびそれへの反論という錯綜した研究状況を、論理的背景を見失うことなく解明したことである。この部分は、今後この研究領域へ新規に参入するものにとって、有益な研究成果になると確信させるに十分な完成度をしめしている。第4には、ネオロジストの議論が内包する難点の克服に構造主義が有効であることを示したことである。ヒュームの原理を介して算術を基礎づけるときには、数名辞の指示を固定できないことになり、ここに構造主義が有効に機能しうる余地が生じる。本論文では構造主義が論理主義と親和的であることが示されており、構造主義によるシーザー問題の解決とともに本論文の重要な成果である。本論文で得られた成果は、英語圏を中心とするネオロジスト研究の最先端に到達する水準を示すだけにとどまらず、一部ではそれを凌駕するものといえる。

以上の審査結果から、本審査委員会は全員一致で本論文を博士（文学）に相応しいものと認定した。