博士（理　学）　樋　口　　証

学位論文題名

A Hypergraph Rewriting Language and its Semantics

（ハイパーグラフ書換え言語とその意味論）

学位論文内容の要旨

本論文は、高次元 hypergraph を使って、線型項書換え系や interaction nets の自然な拡張となる書換え系を定義し、その書換え系の集合-関数モデル構成法を与える。その書換え系とモデルは、resource conscious な関数型言語の意味論になっている。

集合-関数として解釈される書換え系の前段階として、本論文ではまず集合-関係として解釈される書換え系を定義している。それは、2-hypergraph の 2-cell の境界として与えられる 1-図式 (規則) からより広い 1-図式の集まり (書換え) を派生させる条件の形で与えられる。それは恒等書換えのほかに、2 つの 1-図式の垂直合成を構成するための条件からなるが、目的に適う書換え系を得るには、一方の図式の左辺全体をもう一方の図式の右辺へ埋め込むような写像が存在する時か、あるいは逆に図式の右辺全体をもう一方の図式の左辺へ埋め込むような写像が存在する時に限って垂直合成を許容すればよいことがわかった。

1-hypergraph の集合-関係的解釈とは、0-cell を集合、1-cell をその集合の多項関係に対応させるような解釈のことである。閉じていない 1-図式は関係の合成をあらわし、閉じた 1-図式は左辺の図式があらわす関係と右辺の図式があらわす関係が等しい (あるいは書き換わる) ことをあらわす。2-hypergraph の基底となっている 1-hypergraph の集合-関係的解釈は、先述のように定義された書換え系に対し健全であることが証明できる。すなわち、2 つの閉じた図式があらわす等式がその解釈によって満たされるならば、それらの 2 つの図式の先述の条件にあてはまるような垂直合成によって得られる図式についても、その図式があらわす等式は満たされる。2-hypergraph の基底 1-hypergraph の集合-関数的解釈が、その 2-hypergraph の 2-cell があらわす等式を満たすならば、その解釈は先に定義した書換え系のモデルとなる。

集合-関数モデルを構成するには、この集合-関係として解釈できる書換え系にさらに制限を加えればよい。1-cell を constructors と destructors の 2 種類に分け、各 constructor と destructor の組に対し、その組合せを左辺とするような 2-cell が丁度 1 つあること、という条件を加える。また、2-cell の右辺の shape graph がサイクルを持たないことを要請する。

これらの条件のもと、以下のようにしてその 2-hypergraph の解釈 $\mathcal{D}[\![\cdot]\!]$ を定義する。まず、0-cell と constructor であるような 1-cell から項代数を作り、その解釈を $\mathcal{T}[\![\cdot]\!]$ とする。解釈 $\mathcal{T}[\![\cdot]\!]$ は destructors に対しては定義されない。解釈の列 $\mathcal{D}[\![\cdot]\!]^n$ を次のように定義する。各 0-cell と constructors に対しては、すべての自然数 n について $\mathcal{D}[\![\cdot]\!]^n$ は $\mathcal{T}[\![\cdot]\!]$ と同じ値へと解釈する。$\mathcal{D}[\![\cdot]\!]^0$ は destructors を空集合へ解釈する。1 以上の自然数 n について、$\mathcal{D}[\![\cdot]\!]^n$ は destructor を次のように解釈する。その destructor を左辺に持ついずれかの 2-cell の境界になっている図式において、その図式の destructor 以外の 1-cell を $\mathcal{D}[\![\cdot]\!]^{n-1}$ で解釈した際の関係の合成の、全てのそのような 2-cell についての合併集合を、$\mathcal{D}[\![\cdot]\!]^n$ によるその destructor

の解釈とする。各 i-cell の $\mathcal{D}[\![\cdot]\!]^n$ による解釈を全ての n についての合併集合を、その i-cell の $\mathcal{D}[\![\cdot]\!]$ による解釈とする。

このようにして定義した解釈が集合-関係的解釈になっていることは容易に示される。さらに、この解釈が各 2-cell があらわす等式を満たすことも証明でき、したがってこれはその 2-hypergraph の集合-関係モデルとなることがわかる。

さらに、1-cell が解釈される値である多項関係は実は関数になっていることが次のようにして示される。0-cell と constructors については $\mathcal{D}[\![\cdot]\!]$ は $\mathcal{T}[\![\cdot]\!]$ と同じ値へ解釈するため、$\mathcal{D}[\![\cdot]\!]$ によってもこれらは項代数と解釈されることになり、各 constructor が解釈される関係は関数である。constructor の解釈される値である関数が単射であることと、各 2-cell の境界の右辺の shape graph が cycle を持たないことなどから、destructors の $\mathcal{D}[\![\cdot]\!]$ による解釈もやはり関数になることが証明できる。

以上のようにして書換え系の集合-関数モデルが構成される。

本論文で定義している書換え系は、resource conscious な関数型言語の数学的モデルとなっている。この系において、1-cell の意味は、関数と同様に参照透過性をもつものの、値を利用する回数が丁度 1 度だけでなければならないという制約を持つものとなっている。ある「関数」の結果得られた値を複数回利用するには、明示的な操作、たとえばコピーのための関数を定義してそれを利用する必要がある。この制約を導入することによって、コピーの可否を意識しなければならない局面における計算を、参照透過性を失わずにモデル化できることになる。コピーの可否にかかわらず共通に適用可能なアルゴリズムの形式的記述などに応用することが可能である。

学位論文審査の要旨

主 査　教 授　辻 下　　徹
副 査　教 授　吉 田 知 行
副 査　教 授　津 田 一 郎
副 査　助教授　三 好 博 之（京都産業大学理学部）

学 位 論 文 題 名

A Hypergraph Rewriting Language and its Semantics

（ハイパーグラフ書換え言語とその意味論）

近年、コンピュータネットワークの拡大に伴ない、多様な自律的プロセスが相互作用により形成するシステムを解析するための理論的枠組の研究が進展しているが、種々の数学的モデルを相互に比較する普遍的方法がない点で古典的計算論にはない種類の困難があり、今後のさらなる発展が必要な状況が続いている。

申請者は博士課程在学中に日本学術振興会特別研究員としての研究課題に取り組む中で、2次元ハイパーグラフを基盤とするプログラミング言語の着想を得て、具体的に設計実装すると共に、その基盤となる数学的モデルを2次元ハイパーグラフの中で特定することに成功した。これらの研究成果の中で数学的部分をまとめたものが本論文である。

本論文では、2次元ハイパーグラフに対し、タイプ記号である0次元セルを集合、作用素記号である1次元セルを関係、書換規則である2次元セルを関係間の等号的関係と解釈する集合論的モデルの概念を定義し、このモデルについて、書換の導出規則が健全であることを示した。さらに、関数型ハイパーグラフの概念を定義し1次元セルが写像として解釈されるモデルを実際に構成した。

これにより関数型2次元ハイパーグラフに基づくプログラミング言語の設計可能性の数学的基盤が与えられ、実際、純粋な関数型言語で資源考慮型なものが申請者により実装されている。また、関数型ハイパーグラフは、コンストラクタとデストラクタの相互作用の描像を与えており、分散系の相互作用的モデルの新しいクラスとして今後の広汎な応用が予想される。

以上のように、著者は、2次元ハイパーグラフが、新しい分散システムモデルを与えることを明らかにすると共に、環境と相互作用するシステムの設計に有効な、資源考慮型な関数型プログラミング言語の数学的基盤を据えたことにより、分散システムの理論的かつ応用的研究の双方の発展に大きく貢献した。

よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。