

学 位 論 文 題 名

Locality and Orthomodular Structure of Compound Systems

(局所性と結合系のオーソモジュラー構造)

学位論文内容の要旨

物理系に関する命題の集合は、ある代数的構造をなすということが知られている。この構造による記述形式は、異なる理論体系で用いられる諸概念の共通点と差異についての見通しを明確にするという利点をもつ。この枠組では、量子力学の解釈上の困難の一つと見做されている値の確定性の問題は古典力学の命題構造との差異に由来するものといわれる。しかし、もう一つの困難と見做されている量子力学のある種の非局所性の問題に対する論理・代数的観点からの考察はほとんどなされていない。量子論的非局所性の起源が理論形式の如何なる前提に依拠しているのかを見極めるためにこの考察は必要である。本研究は、この非局所性と物理系の命題構造との間の論理的関係の分析を通じて、解釈すべき困難の所在を明らかにしていくことを目的とするものである。

本研究における問題の分析は、以下のようにして進められる。

第1章は、問題の根底にある量子力学の解釈問題に対する本研究の態度を示すことから始められる。量子力学の解釈上の困難と看做されるものが如何なるものであるか、そのうちの何を本研究が問題として捉えるのか、およびその問題の現在までの状況が概観される。

第2章においては、本研究が以下の議論で用いる問題の定式化に必要な数学上の予備知識として、束論とその上で展開される測度論についての定義と定理が与えられる。

第3章では、前章で与えた形式を用いて物理系を記述する方法についての一般的な枠組を整備する。物理系に関する命題の集合はある束論的構造をもつ。古典力学から生じる命題構造と量子力学から生じる命題構造を比較した後、本研究が系の記述として採用する一般的形式を提示する。

第4章において、本研究の核心にあたる結合系の記述に関する考察が開始される。以下の議論はこの結合系の上で展開されるため、その論理・代数的定式化を与えている。

第5章は、前章で与えた結合系の記述形式に対して、幾つかの局所概念を分類して定式化することから始められる。いわゆるベル型不等式は量子系において破られることが知られており、その導出に用いた古典的に妥当な仮定の身分が問題であるとされてきた。ここでは概念的に異なる種類の局所性を定式化した後、それらが確かにベル型不等式を導くための十分条件であることを示す。さらにそれらと論理的に同値な、しかし局所的な概念を含まない条件の存在が示される。

第6章においては、前章とは逆の方向の考察が行われる。第5章がベル型不等式を導く仮定に関心を寄せたのに対して、ここでは、ベル型不等式の成立を仮定すると何が導かれるのか、という問いが立てられ、結合系の構成に関連付けられた解答が与えられている。

最終章では、これらの分析で得られた新しい結果を提示し、その含意についての議論、およびいくつかの注釈が与えられる。

本研究によって新たに導かれた結果は以下に要約される；

結合された物理系において次の言明は互いに同値である。

- 1) 結合系の全ての性質は部分系の性質に還元可能である。
- 2) 結合系の全ての純粋状態は部分系の純粋状態に分離可能である。
- 3) 部分系が互いに統計的に独立である。
- 4) 部分系の少なくとも一方が分配的である。
- 5) 結合系でベル型不等式が常に成立する。

以上の結果により、本研究が目的とした非局所性と結合系の代数的構造との論理的関係が明確に提示された。この結果は一般的な枠組で成立するため、多くの応用が期待される。また、量子力学の解釈問題にどの程度寄与するかについては、そのいくつかは本研究内で示したものの、今後の課題として研究していく必要がある。

学位論文審査の要旨

主査	教授	石垣	壽郎
副査	教授	杉山	滋郎
副査	教授	石川	健三
副査	助教授	北	孝文

学位論文題名

Locality and Orthomodular Structure of Compound Systems

(局所性と結合系のオーソモジューラー構造)

量子力学の解釈問題の一環として、1980年代後半より、Bellの不等式と、量子力学あるいは古典物理学の観測命題全体の集合(命題束という) $\mathcal{L}$ がもつ代数的構造との関係に注目が向けられ、「Clauser-Horn形のBellの不等式がすべての命題とすべてのordering状態に対して成立する」とことは、「 $\mathcal{L}$ がブール束である」ことの必要十分条件であることが証明された(Santos 86, Plumannová-Majernik 92)。一方、ヒルベルト空間によるFormalismにおいては、Clauser-Horn形とはやや異なるBellの不等式が部分系に関するすべての観測命題に対して成立するための、状態についての必要十分条件が91年に証明された(Gisin)。この結果に対応する命題束における研究は、「合成系 $\mathcal{L}$ の任意の状態 ϕ に対して、 $[\phi$ が部分系 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ の状態の積状態である] (1) ならば $[\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ の任意の命題に対して Clauser-Horn 形の Bell の不等式が成立する] (2)」という形で十分条件の1つが得られた(Pykacz-Santos 95)。

本論文は、Pykacz-Santosが未解決とした、合成系 $\mathcal{L}$ においてBellの不等式が成立するための必要十分条件を求めるという問題に関して、(1)が(2)の必要条件でもあることを証明して、Clauser-Horn形のBellの不等式に関してこの問題を解決した。さらに、(2)が $\mathcal{L}$ の任意の状態に対して成立するための必要十分条件を、 $\mathcal{L}$ 、および $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ の代数的構造、状態の性質に関して求めることに成功した。証明は、Plumannová(1985)の発想に基づき、命題束を σ 完備オーソモジューラー原子束とし、合成系 $\mathcal{L}$ と部分系 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ の関係を定義したうえで、代数的に行われた。

第1の成果は、 $\mathcal{L}$ の代数的構造と、 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ それぞれの代数的構造に関して、 $[\mathcal{L}$ の任意の性質は、 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ の性質に還元可能である] (3) と $[\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ の少なくとも1つは分配的である] (4) の同値関係を証明したことである。さらに、(3)は「 $\mathcal{L}$ の任意の純粋状態は、 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ の純粋状態の積である」および「 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ は統計的に独立である」それぞれと同値であることも証明し、これら4つの条件が同値であることを導いた。

第2の成果は、 $[\mathcal{L}$ の任意の純粋状態と、 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ の任意の命題に対して、Clauser-Horn形のBellの不等式が成立する] (5) ならば、(4)が成立することを証明したことである。このことから、合成系 $\mathcal{L}$ の任意の状態 ϕ に対して、(2)ならば(1)となることが示された。また、「 $\mathcal{L}$ の任意の純粋状態と、 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ の任意の命題に対して、Clauser-Horn形のBellの不等式が成立する」は、「 $\mathcal{L}_1, \mathcal{L}_2$ の双方とも分配的である」を含意しないこと、したがって、「 $\mathcal{L}$ が分配的である」を含意しない

ことが示された。これは、やや予想外の結果であり、合成系の任意の状態と部分系の任意の命題に対して Bell の不等式が成立することは、合成系が、古典的（すなわち分配的）であることと、量子的（すなわち既約的）であることとの中間的な構造を持っていることの指標であることを意味する。

以上の結果は、古典系、量子系と Bell の不等式の関係に関する命題束の研究において基礎となる成果として、今後参照されることになるであろう。

よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。