

学 位 論 文 題 名

Study on the robustness of linear control system
with parameter variations

(パラメータ変動に対する線形制御系のロバスト性に関する研究)

学位論文内容の要旨

一般に制御対象のモデル化及びその動特性の同定から制御系の設計は始まるが、制御対象の動特性の正確な把握は難しく、得られたモデルは不確かさを少なからず含んでいる。また制御系はさまざまな環境で運転されており、環境の変化などにより、その動特性が変わる。動特性の変化を時变的パラメータとして表現し、対象の不確かさを区間パラメータにより表現するとき、制御対象の望ましい特性が、パラメータ変動や区間パラメータの不確かさがあっても成り立つならば、制御対象はその特性に関してロバストであるという。ロバスト性は実用的な制御系を設計する際、多くの場合に望ましい基本的な性質であり、その研究の歴史は長い。しかし、時变的なパラメータ変動や複数の区間パラメータが存在する場合に適用できる判定条件及び判定アルゴリズムの研究は、ようやく近年になって進みつつある。

本論文では、線形制御系

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}$$

のシステム行列 A に時变的なパラメータ変動もしくは区間パラメータで表わされる不確かさが存在する場合に、それらのパラメータが線形制御系に及ぼす影響を研究した。

まず第2章で時变的なパラメータ変動がシステム行列 A に加わったときに非線形制御系の解析手法である変分法を用いて、パラメータ変動が出力 $y(t)$ に及ぼす影響の変分表現を導き、出力の変動の第1変分が0となるための必要十分条件を求めた。さらに制御系設計時にフィードバックが用いられることより、パラメータ変動による閉ループ系の出力の変動の変分表現を同様に求め、その第1変分が0となるための十分条件を導いた。ここで得られた条件は、従来の線形制御理論の枠組みの中では得られなかった結果である。ある初期状態から出発する軌道に沿った条件であるため、非線形制御系の Invariance の条件より条件が緩やかであり、適用範囲が広い。この条件は、制御系の出力の構造的なパラメータ変動に対してロバスト性の指標となる。

次に行列 A に区間パラメータが存在するときに制御系の安定性について研究した。すなわち、時不変であるか極めてゆっくりと変動するパラメータがあり、その変動・存在の区間が与えられているとする。上記の線形制御系の安定性は、特性方程式の根に支配されているので、制御系の特性多項式を用いて安定性解析を行った。システム行列 A にパラメータが存在する場合、一般的に特性多項式の係数はパラメータの多項式で表現される。区間パラメータを係数に含んでいる特性多項式の安定性に関する研究は、1978年の Kharitonov の定理より、現在まで多くの研究がある。しかし、特性多項式でのパラメータの現れ方が線形、アフィン、多重線形である場合を除き、解析的な安定性判別の理論はない。また区間パラメータの数が増えると計算量も増大するため、区間パラメータの端点の値を用いた解析法を確立することが、多くの研究のテーマとなっている。

本論文では、特性多項式の係数に区間パラメータが多項式の形で現れているため、従来の理論で解析的に扱えるクラスではない。そこで本論文では、第3章で区間パラメータに関する単調性を用いることを提案した。まず多項式の区間パラメータに関する単調性の定義を与え、単調性の判定方法を考案した。パラメータに関する偏微分を用いた表現で単調性を表わしているため、システムに区間パラメータが一つだけである場合は、Sturmの定理を用いることにより、解析的に単調性の判定はできる。しかし、多変数多項式の一般的なSturmの定理は未だなく、解析的に判定することは難しい。この問題に対しても単調性とSturmの定理を組み合わせた解析的な判定法を与えた。また容易に判定できうる場合についても述べた。このように単調性の概念を用いるための条件を準備して、第4章においてパラメータに関する単調性を用いて従来の理論(Kharitonovの定理、写像定理)を拡張した。単調性の仮定のもとで、上記の2つの定理を拡張して得られた条件は、制御系の安定性に関して十分条件ではない。安定性に関して必要十分条件を導くことがより重要であるため、Frazer-Duncanの定理を用いることにより、すべての条件が区間パラメータの端点のみで判定できて単調性の仮定のもとでは必要十分条件となる安定性判別条件を導出した。単調性の概念の導入により、従来の理論の枠組みでは解析できなかった制御系の安定性を解析的に判定できるようになったが、一部または全部のパラメータの変動・存在領域で単調性の条件がなりたたないことや単調性を判別することが難しいことがある。そこで第5章で安定性の判定条件を単調化する方法を考えた。まずパラメータの存在区間を分割して、それぞれの部分区間で単調性の条件を用いる方法(区間分割法)を提案した。この区間分割法を適用できる場合には、Frazer-Duncanの定理に基づく条件は、必要十分条件のままであるので有用である。さらに、区間分割法を用いても単調性の条件を適用できないときに、区間パラメータに関する単調な多項式に条件式を変換するアルゴリズムを考案した。この方法は、Siderisらによる多重線形化アルゴリズムの拡張であり、一般にすべての区間パラメータの多項式を区間パラメータに関して単調にできる。しかし、この単調化アルゴリズムを適用することにより、Frazer-Duncanの定理に基づく安定判別条件であっても判定条件は十分条件となる。このような場合、条件の保守性、つまりどのくらい必要十分条件に近いかが問題となる。そこで例題により、単調化の方法を説明しŠiljakの方法、Siderisの方法、そしてEdge定理との比較を行い、本論文で提案した単調化の手法の有用性を示した。また第6章では、Sturmの定理の元となるEuclidの互除法の計算の冗長性について、計算代数の分野での研究を元に多項式剰余列の計算法を述べ、Frazer-Duncanの定理に基づく本論文の手法の計算効率についても論じた。第7章で制御系の設計への応用のために領域安定性解析への本手法の適用を考えた。Frazer-Duncanの定理に基づく方法を提案し、例題を示した。

以上のように本論文では、時変的パラメータ変動のある線形制御系に対してまず非線形制御系の手法を用いて出力の軌道に沿ったロバスト性の条件を導出した。つぎに単調性の概念を導入した手法を提案し、単調とならない場合にも単調化の手法を考案して安定性解析を行った。この単調性を用いた安定性解析の研究および単調化の手法は、国内外に今のところなく、独自性がある。単調性の概念を用いたことにより従来の手法に比較して、必要十分条件の適用可能な対象が一番広く、かつ解析的である方法を与えた。また単調化により得られる条件も従来の手法と比較して条件の保守性が少ないことを示した。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 島 公 脩

副 査 教 授 土 谷 武 士

副 査 教 授 岸 浪 建 史

副 査 教 授 大 森 隆 司

学 位 論 文 題 名

Study on the robustness of linear control system with parameter variations

(パラメータ変動に対する線形制御系のロバスト性に関する研究)

システム制御の研究はパラメータ変動がシステムに与える影響の解析であるとみなし得る。制御可能なパラメータは目標を実現し得るように変化させ、他のパラメータの影響はなるべく小さくなるように設計する。安定化・最適化などが前者であり、後者はロバスト制御と総称される。ロバスト性の研究の歴史は制御理論とともに長く、とくに80年代以降活発に研究されているが、線形システムのパラメータの時間的変動や複数の区間パラメータに対するロバスト性は近年になって本格的に研究が進みつつある。本論文は、線形制御系の動特性の変化を時変パラメータにより、不確かさを特性多項式の係数が区間パラメータの多項式となる形で表現し、それらのパラメータが線形制御系の出力の挙動および安定性に及ぼす影響を研究し、既存の研究成果を包含しつつ、より広い適用範囲を持ち、制御領域の端点のみで計算可能なロバスト性の判定条件を導いている。

第1章は序論であり、研究の背景、目的、方法、本論文の構成について述べている。

第2章では状態空間表現の線形システムのシステム行列に時変的なパラメータが線形に含まれているときに、そのパラメータ変動が出力軌道に及ぼす影響を表す変分表現を導き、出力の変動の第一変分が0となるための必要十分条件を与えている。さらに閉ループ系においても同様に変分表現を求め、その第一変分が0となるための十分条件を導いている。時変パラメータを新たな別の入力とみなすと、対象は双線形システムとなり、線形理論により本論文が与えた条件を導くことはできない。また、出力軌道に沿っての条件であるため、非線形制御系の Invariance(不変性)の理論から導かれる大域的な条件よりも緩やかな条件であり、適用範囲が広い。

第3章以降では、システム行列に複数の区間パラメータが存在する時の線形システムの安定性について研究している。この場合、線形システムの特性多項式の係数は一般に区間パラメータの多項式となり、既存の理論では解析的に扱えない。この問題を解くために、

第3章で著者は区間パラメータに関する単調性を用いることを提案し、複数の区間パラメータの多項式の単調性を定義し、単調性の判定方法を考案している。システムの区間パラメータが一つならば、Sturm の定理により単調性を解析的に判定できる。Sturm の定理の多変数版は未だないので、多変数の単調性の定義と Sturm の定理を組み合わせで多変数多項式の解析的な単調性判定法を導出しており、区間の端点のみで計算可能である。

第4章においては、パラメータに関する単調性の仮定のもとで Kharitonov の定理と写像定理を拡張し、区間パラメータを持つ線形システムの安定性の十分条件を与えている。さらに、Frazer-Duncan の定理により、単調性の仮定のもとでは必要十分条件となり、すべての条件が区間パラメータの端点のみで判定できる安定判別条件を導出している。

第5章では単調でない多項式を単調化する方法を考案している。まず、パラメータの存在範囲を分割して、部分区間で単調性の条件を用いる方法(区間分割法)を提案している。区間分割法を適用できる場合には、Frazer-Duncan の定理に基づく条件は必要十分条件のままである。さらに区間分割法により単調化できないときに、新しいパラメータ族を用いて単調性のなりたつ多項式に変換するアルゴリズムを与えている。この方法は一般にすべての区間パラメータの多項式を単調な多項式に変換できる。この単調化アルゴリズムを用いると Frazer-Duncan の定理に基づく安定判別条件であっても十分条件となる。そこで例題により、Siljak の方法、Sideris の方法および Edge 定理と比較し、本論文の単調化法がもっとも保守性が弱くロバスト安定性を保証できる範囲が広いことを示している。

第6章では計算代数の研究に基づく多項式剰余列の計算法を述べ、Frazer-Duncan の定理に基づく本論文の手法の計算効率について考察している。

第7章では本論文の方法を制御系設計へ応用する試みとして、領域安定性を Frazer-Duncan の定理に基づいて解析する方法を提案し、例題により適用法を示している。

これを要するに、本論文は、線形制御系の時変的パラメータに対する出力のロバスト性および複数の区間パラメータに対するロバスト安定性を研究して、有用な判定条件を与えている。特に安定性の研究に導入した単調性の概念と判定法および単調化法は、パラメータ区間の端点のみで計算でき、独創性と広い適用可能性を持ち、システム制御工学に対して理論的に貢献するところ大なるものがある。

よって、著者は北海道大学博士(工学)の学位を授与される資格あるものと認める。