

連続体構造物に対する汎用低次元非線形振動解析

学位論文内容の要旨

近年の工業分野において、高速化、軽量化、エネルギーコスト低減など様々な理由、目的から、機械の構造部材は厚肉から薄肉へと変わってきており、大振幅振動が生じやすいなど、振動が機械に与える影響はますます大きくなってきている。そのため、動力学の応用による薄肉構造物の定性的、定量的な振動特性を理解することの重要性が更に増してきている。

薄肉構造物の曲げ振動において、曲げ振幅が厚さに比べて十分に小さい微小変形を対象とする場合、面内変形の影響を無視した線形理論を用いて、工学的に十分な精度の結果を得ることができる。しかし、曲げ振幅が厚さと同程度かあるいはそれ以上になると、面内変形と面外変形の連成を無視できなくなり、固有振動数が振幅とともに変化することとなるので線形理論では不十分になり、大たわみによる幾何学的非線形性を考慮した解析が必要となる。分数調波共振、内部共振、結合調波共振、さらにはカオス振動など、線形理論では予測不可能な非線形挙動が現実の振動問題ではたびたび生じる。故に、構造物の振動特性を正確に把握するためには、非線形理論の適用が必須となる。

従来、幾何学的非線形性を考慮した連続体の非線形振動に関する研究は数多くなされている。解析手法も多数あるが、弱非線形性を有する構造物に対しては、古くから摂動法が用いられ、強非線形性を有する構造物の動的挙動解析には、調和バランス法が広く用いられている。しかし、これら解析的な方法は体系的で明確な解を得ることができ、対象の振動特性を理解しやすく有意義である反面、境界条件や形状によっては、計算が複雑であったり解けない場合もあるなどの問題がある。一方、幾何学的非線形性を考慮に入れた有限要素法 (FEM) を用いた解析も盛んに行われている。FEM は、どのような境界条件でも解けるという利点を有する反面、数値計算における時間やコストの面で最良の方法であるとは言えない。また、数値解法であるために、解の構造を系統的に把握することは多くの場合困難である。最近では、形状関数の改良により得られた低次元 FEM モデルや FEM モデルをベースにして得られた低次元モデルに、摂動法や調和バランス法などの解析的手法を適用する手法も提案されてきている。しかし、解析対象によっては、FEM よりは低自由度だが、それなりに大きい自由度のモデルになる、適用可能な対象が限られているなどの問題も存在する。

そこで本研究では、有限要素法と理論解析の両者の問題点を互いに補い、かつ解析対象に制限をもたない方法の提案をめざす。

本論文は全 4 章で構成されている。以下にそれぞれの章の概要を具体的に示す。

第1章は緒論であり、本研究の目的と意義および各章の概要について述べた。

第2章では、両端固定はりおよび中間支持を有する両端固定はりをモデルに、はりの1次元非線形モード方程式を導出し、その妥当性を検証した。解析は面外1次モードについてのみ行われた。解析の手順は、まず幾何学的非線形性を考慮した変位-ひずみ関係式を用い、仮想仕事の原理より非線形有限要素法方程式を導いた。得られた質量マトリクス、線形剛性マトリクスからなる標準固有値問題を解くことにより、線形固有振動数、線形面内モード、線形面外モードを得た。線形面外1次モードとその他の線形モードの中のある1つのモードを用いて、非線形有限要素法方程式中の節点量ベクトルをモード座標に展開することにより2自由度モデルを得た。両端固定はりについては十分な精度を持ったモデルが得られたが、中間支持を有する両端固定はりについては十分な精度を持ったモデルを得られなかった。そこで、より汎用性のある導出方法をめざし、非線形有限要素法方程式にNewton-Raphson法を適用して得られる変位(NLFEM解)の利用を試みた。その結果、線形面外1次モードと線形面外1次固有振動数におけるNLFEM解の面外成分を0としたもの(擬似非線形面内1次モード、とする)を用いるのが、最もよいモデルを得る節点量ベクトルの展開であることが明らかになった。この手法を用いることにより、両端固定はりについてはより精度の高いモデルを、中間支持を有する両端固定はりについても十分な精度を持ったモデルを得ることができた。得られた2自由度モデルの面内慣性を無視することにより1自由度モデルが得られ、モデルの非線形性を解析するために、摂動法や調和バランス法などの解析的手法を適用することが可能となった。得られた1自由度モデルに第一種完全楕円積分を適用して得られた背骨曲線と他の解析法によって得られた結果とを比較することにより、得られた1自由度モデルは十分な精度を有していることが確かめられた。

第3章では、内部共振のない4辺単純支持された板および4辺固定された板、1:3内部共振を有する4辺固定された板などを対象に、第2章と同様の手法を用い、板の1次元(内部共振を有する板については2次元)非線形モード方程式を導出しその妥当性を検証した。内部共振のない板については、線形面外1次モードと擬似非線形面内1次モードを用い十分な精度を持った1自由度モデルを得ることが可能であることが示された。内部共振を有する板については、 $3\omega_1 \approx \omega_5$ の関係にあるので、線形面外1次モードと擬似非線形面内1次モードの他に線形面外5次モードと擬似非線形面内5次モードを用い、十分な精度を持った2自由度モデルを得ることが可能であることが示された。また、極端な辺長比を有する長方形板および2種類の支持条件が混在するL字状板に対して、本手法を適用した場合においてもよい結果を得られ、本手法は高い汎用性を有していることが示された。

第4章は結論であり、本研究を通じて得られた成果を取りまとめた。

学位論文審査の要旨

主 査	教 授	山 田	元
副 査	教 授	佐々木	一 彰
副 査	教 授	三 上	隆
副 査	助教授	小 林	幸 徳

学 位 論 文 題 名

連続体構造物に対する汎用低次元非線形振動解析

近年の工業分野において、高速化、軽量化、エネルギーコスト低減など様々な理由、目的から、機械の構造部材は厚肉から薄肉へと変わってきており、大振幅振動が生じやすいなど、振動が機械に与える影響はますます大きくなってきている。そのため、薄肉構造物の振動特性を、動力学の応用によって定性的、定量的に把握することの重要性がこれまで以上に増してきている。

幾何学的非線形性を考慮した連続体の非線形振動に関する研究は数多くなされている。解析手法も多数あるが、弱非線形性を有する構造物に対しては、古くから摂動法が用いられ、強非線形性を有する構造物の動的挙動解析には、調和バランス法が広く用いられている。しかし、これら解析的な方法は体系的で明確な解を得ることができ、対象の振動特性を理解しやすく有意義である反面、境界条件や形状によっては、計算が複雑であったり解けない場合もあるなどの問題がある。一方、幾何学的非線形性を考慮に入れた有限要素法(FEM)を用いた解析も盛んに行われている。FEM は、どのような境界条件でも解けるという利点を有する反面、数値計算における時間やコストの面で最良の方法であるとは言えない。また、数値解法であるために、多くの場合、解の構造を系統的に把握することは困難である。最近では、形状関数の改良により得られた低次元 FEM モデルや FEM モデルをベースにして得られた低次元モデルに、摂動法や調和バランス法などの解析的手法を適用する手法も提案されてきている。しかし、解析対象によっては、FEM よりは低自由度だが、それなりに大きい自由度のモデルになる、適用可能な対象が限られている、などの問題も存在する。

本論文では、有限要素法と理論解析の両者の問題点を互いに補い、かつ解析対象に制限をもたない解析手法に関する基礎的な研究を行なったものであり、その主要な成果は次の2点に要約される。

(1) 両端固定はりおよび中間支持を有する両端固定はりをモデルに、はりの1次元非線形モード方程式を導出し、その妥当性を検証した。解析は面外1次固有振動数付

近についてのみ行った。解析の手順は、まず幾何学的非線形性を考慮した変位一ひずみ関係式を用い、仮想仕事の原理より非線形有限要素法方程式を導いた。得られた質量マトリクス、線形剛性マトリクスからなる標準固有値問題を解くことにより、線形固有振動数、線形面内モード、線形面外モードを得た。線形面外1次モードとその他の線形モードの中の特定の1つのモードを用いて、非線形有限要素法方程式中の節点量ベクトルをモード座標に展開することにより2自由度モデルを得たが、より汎用性のある導出方法をめざし、非線形有限要素法方程式に Newton-Raphson 法を適用して得られる変位(NLFEM 解)の利用を試みた。その結果、線形面外1次モードと線形面外1次固有振動数における NLFEM 解の面外成分を0としたもの(非線形面内1次モードとする)を用いるのが、最もよいモデルを得る節点量ベクトルの展開であることが明らかになった。この手法を用いることにより、両端固定はりについてはより精度の高いモデルを、中間支持を有する両端固定はりについても十分な精度を持ったモデルを得ることができた。また、得られた2自由度モデルの面内慣性を無視することにより1自由度モデルが得られ、モデルの非線形特性を解析するために、摂動法や調和バランス法などの解析的手法を適用することが可能となった。

(2) 内部共振のない4辺単純支持された板および4辺固定された板、1:3 内部共振を有する4辺固定された板などを対象に、板の1次元(内部共振を有する板については2次元)非線形モード方程式を導出しその妥当性を検証した。すなわち、内部共振のない板については、線形面外1次モードと非線形面内1次モードを用い十分な精度を持った1自由度モデルを得ることが可能であることを示した。 $3\omega_1 \approx \omega_5$ の関係にある内部共振を有する板については、線形面外1次モードと非線形面内1次モードの他に線形面外5次モードと非線形面内5次モードを用いることにより、十分な精度を持った2自由度モデルを得ることが可能であることを示した。

これを要するに、著者は、連続体構造物に対する汎用低次元非線形振動解析法の提案とその有用性を論じたものであって、非線形振動に関して有益な知見を与えており、振動工学の進歩に貢献するところ大なるものがある。よって著者は、北海道大学博士(工学)の学位を授与される資格あるものと認める。