学位論文題名

ウィグナー・ヴィレ分布関数による
過渡的揺動現象の時間-周波数解析

—一回転軸振動系とプラズマ系への適用—

学位論文内容の要旨

制御熱核融合をその典型例として高エネルギープラズマ工学においては、高温、高密度のプラズマと場の相互作用に関して、粒子及びエネルギーの輸送機構の解明及びそれらの輸送に伴う不安定性を理解し抑制する方法を確立することが重要である。不安定性の多くは波動の成長として捉えることができ、密度、温度、磁場、電場などのプラズマ諸量の揺動として観測される。これまで揺動の主たる解析法は、揺動の特徴的な周波数成分を抽出するためにフーリエ解析が行われていた。しかしながら、実際に観測される揺動の多くは、周波数が時間とともに変化する非定常な振る舞いを示すため、揺動が定常振動の重ね合わせであると仮定するフーリエ解析では不十分な結果しか得られないことが指摘されていた。それ故、非定常な揺動の解析を可能とするためには、スペクトルの時間発展を捉えることができる時間-周波数解析手法が必要となる。

時間-周波数解析は、揺動のスペクトルの時間発展を表現することができるため、多くの情報をもたらす。特に周波数時間変化の情報に関して、プラズマでは揺動の周波数は密度、磁場などの物理量と関係があり、その同定と抽出が重要であることから、各時刻毎の周波数を同定し抽出する方法を発展させる必要がある。またプラズマでは共鳴現象及び共鳴を用いたプラズマの制御法が多く存在するが、特に過渡的共鳴系においては、強制振動に加え、固有振動が過渡的に出現するので、特定周波数変化の抽出が困難となる。それ故、同系における各振動の周波数変化の分離と周波数を抽出するための方法が新たに必要となる。周波数変化の抽出はスペクトルの時間と周波数の分解能が良いことと理論的にスペクトルの抽出が可能な時間-周波数解析手法が必要となる。時間-周波数解析手法の一つであるウィグナー・ヴィレ分布関数は、瞬時の自己相関関数を求めることによって瞬時のスペクトルを導出していることから、他の時間-周波数解析手法に比べて高い時間と周波数の分解能をもたらすことができる。またウィグナー・ヴィレ分布関数において求められるスペクトルは、近似的に瞬時の周波数がスペクトルのピーク的位置に対応することが知られている。この二つの理由によりウィグナー・ヴィレ分布関数は正確な周波数変化の理解が求められる問題に適していると考えられる。問題点は、揺動が二つ以上の周波数成分を含んでいた場合、偽のスペクトルが人工的に生成され、その偽のスペクトルによって真のスペクトルの分解能が低下する。従って、周波数変化の同定、抽出に上述のウィグナー・ヴィレ分布関数を適用した場合、真のスペクトルをいかに抽出するかが問題となる。

本研究は、強制振動と過渡的に固有振動が共存する共鳴系を含む非定常な揺動現象に対して、ウィグナー・ヴィレ分布関数を用いた周波数変化の同定とその抽出法を新たに提案し、回転軸振動系とプラズマ現象へ適用しその有用性を検証することを目的とする。回転軸振動系では、その周波数が

線形的に変化し固有周波数を通過する場合に強制振動の周波数変化のみを抽出する新たな方法を与えている。すなわち、近似的に瞬時の周波数がウィグナー・ヴィレ分布関数によって求められるスペクトルのピークに対応する事実を用い各時刻における周波数抽出を行っている。また固有周波数が出現する時間域では上述した偽のスペクトルにより正確に周波数を抽出することができない問題に対しては、スプライン関数により真の周波数変化を推定する方法を新たに提案している。以上により、強制振動の周波数変化を推定することができたことから、外力と強制振動との間の位相差を求め、これまで特定の時間域に限って求められていた位相差変化を共振点通過時を含めた共鳴推移の全過程にわたって経時的に追跡することを可能とし、またその普遍的な性質を明らかにしている。プラズマ揺動現象における適用例としては、トカマクプラズマへのコンパクトトロイド (CT) 入射時に誘起される磁気揺動とテータピンチにおけるプラズマと磁場の共鳴振動を取り上げている。前者では、周波数変化の同定の観点からウィグナー・ヴィレ分布関数により初めて明らかにされたスペクトルの経時変化と物理モデルを組み合わせて CT の侵入深さの評価を行ない、スペクトル経時変化を用いた同評価法の有用性について検討している。後者では、周波数変化の抽出の観点から固有周波数が時間的に変化する過渡共鳴系に対して強制振動の抽出を行い、上述の位相差時間変化の追跡法を用いて得られた結果と理論的に得られた知見を比較し、同共鳴系への位相差時間変化の追跡法の有用性について検討している。

本論文は、結論を含めて全 7 章から構成されている。その概略は以下の通りである。第 1 章は序論であり、高温プラズマにおける揺動解析の現状と、その物理解明のために必要とされる時間-周波数解析手法について概説し、本論文の目的及び構成を述べている。

第 2 章では、フーリエ変換による定常スペクトル解析の特徴を取り上げ、原理的にスペクトルの時間変化を追跡できない問題点について述べている。

第 3 章ではフーリエ変換の欠点を補う 3 種類の時間-周波数解析手法を取り上げ、周波数時間変化の追跡の観点からそれぞれの手法の時間と周波数の分解能について比較し、それぞれの長所と短所を述べている。特に時間と周波数の分解能に優れたウィグナー・ヴィレ分布関数に着目し、その問題点となっている偽スペクトルについて触れている。

第 4 章では、系の固有振動と強制振動が共存し、かつ外力の周波数が時間的に変化する過渡的共鳴振動系として、すでに良く知られている回転軸振動のモデルを取り上げ、ウィグナー・ヴィレ分布関数を用いて共鳴相周りの強制振動と固有振動を分離すると共に共鳴相を含む全時間範囲において外力と強制振動間の位相差の時間変化を決定する方法を提案している。

第 5 章ではウィグナー・ヴィレ分布関数を用いる時間-周波数解析の例として、CT 入射時における磁気揺動の解析を行っている。入射 CT による燃料粒子供給過程に付随して励起されるアルヴェン波の周波数のモデルによる見積もりと磁気揺動データを時間-周波数解析することによって得られる周波数値を比較し、CT 侵入深さと CT による燃料粒子供給の可能性についての評価を行なっている。

第 6 章では共鳴を伴う揺動の解析例として、テータピンチプラズマにおける磁場共鳴振動の時間-周波数解析がウィグナー・ヴィレ分布関数を用いて行なわれている。この場合における強制振動と固有振動のスペクトル変化の物理的意味を検討している。一方、第 4 章で導入された位相差を用いて共鳴の時間発展を表す方法について言及している。

第 7 章は結論であり、本研究で新しく得られた結果と知見を総括している。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 粥 川 尚 之
副 査 教 授 榎 戸 武 揚
副 査 教 授 板 垣 正 文
副 査 教 授 山 田 元

学 位 論 文 題 名

ウィグナー・ヴィレ分布関数による 過渡的揺動現象の時間－周波数解析

—一回転軸振動系とプラズマ系への適用—

揺動を伴う過渡現象は、制御熱核融合プラズマ、機械振動、電気電子回路など多くの工学系において見られる現象あり、過渡現象であるがゆえに系の周波数応答は通常時間的に変動し共鳴的応答を示す事象も多く、その解析は重要な問題である。たとえば、核融合プラズマにおける多様な不安定現象の制御には、過渡相における物理機構の知見が不可欠であり、有効なプラズマ加熱法の確立の観点からは、系の固有振動数をはじめ共鳴相の詳細な情報が重要である。

揺動現象の解析法として一般的なフーリエ解析は現象が定常振動の重ね合わせであることを基本としており、周波数が時間とともに変化する過渡的非定常揺動の解析には不適である。したがって、スペクトルの時間発展を捉えることのできる時間－周波数解析手法が必要となる。これまで知られている時間－周波数解析手法には、短時間フーリエ変換、ウェーブレット変換、ウィグナー－ヴィレ分布関数法 (WVD) がある。これらの中でWVD法は、時々刻々の自己相関関数に対するフーリエ変換により瞬時スペクトルを導出するものであり、他の2法に内在する時間分解と一周波数分解のトレードオフが無く、時間と周波数に対して高い分解能を持っている。また、WVD法で得られるスペクトルでは、近似的に瞬時周波数がスペクトルのピーク位置に対応しており、この二つの理由により、正確な周波数変化が必要な問題の解析に適している。しかし、実際の物理・工学系に対するWVD法の適用例は必ずしも多くなく、正確な周波数抽出法など系統的な研究が求められていた。

以上を背景として、本研究は、強制振動と固有振動が過渡的に共存する共鳴系、および共鳴相を含まない二種類の過渡揺動現象に対して、WVD法を適用し周波数の同定と抽出法を提案したものである。

共鳴系としては、外力周波数が時間的に線形に増加する一定固有振動数の回転軸振動系と固有振動数が時間的に減少するピンチプラズマ系を対象としている。WVD法によれば、これまで特定の時間域に限って可能であった強制振動と固有振動のモード分離が全時間にわたって可能であることを示すと共に、外力と系の強制振動との位相差が共鳴相の終焉とともに π に漸近するという普遍的な結論を導いている。さらに、回転軸振動系の解析では、固有モードが卓越する非定常性の強い場合に3次スプライン関数による強制モードの推定が有効であることを提案している。

非共鳴系としては核融合プラズマ炉心への燃料供給法として期待されるコンパクトトロイド (CT) 入射時に誘起されるプラズマ磁場揺動データを解析している。CTがトカマクプラズマ中に深く進入した場合

と進入しない場合では、時間一周波数特性に明らかな違いが認められること、さらに、深く進入した場合のプラズマ密度と周波数が、アルヴェーン波のモデルでよく説明できることを初めて示し、本時間一周波数解析法が物理機構の解釈に有用な知見を与え得ることを明らかにした。

これを要するに、著者は、時間一周波数解析法としてのウイグナー-ヴィレ分布関数法を回転軸振動系とプラズマ系における過渡揺動現象に適用し、それらにおける強制振動と固有振動の分離法、位相差の普遍的な性質を明らかにすると共に、核融合プラズマへの燃料注入機構に新たな知見を与えたものであり、データ解析学、プラズマ工学の発展に寄与するところ大である。よって著者は、北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。