

学 位 論 文 題 名

String Theory with a Constant B Field
and Space-time Non-commutative Yang-Mills Theory

(B 場がある場合の弦理論と時空が非可換なヤン–ミルズ理論)

学位論文内容の要旨

近年、Seiberg と Witten により非可換ゲージ理論と超弦理論の関係が指摘され、非可換な場の理論の研究が盛んに行われている。ここで言う非可換な場の理論とは通常の場合の理論の作用中の積を Moyal 積と呼ばれる積で置き換えた作用によって定義される理論のことである。Moyal 積は結合則を満たす交換しない積である。Moyal 積によって定義された交換子で時空の座標の交換関係を計算すると、一般に交換せず交換子は定数になる。この定数の事を非可換パラメータと呼ぶ。一般に時間と空間が非可換な場の理論は時間に関して非局所的な理論になる。このため理論のユニタリ性や因果律が破れることがある。実際、Gomis と Mehen により時空が非可換なスカラー場の理論の場合、理論から得られる S 行列はユニタリにはならない事が示された。また、時間が非局所的な理論は作用に時間についての無限階微分を含むので解析は困難になる。このような事情から非可換な場の理論の研究は、空間のみが非可換な場合の研究が中心であった。

Pioline と Schwarz はトーラス上にコンパクト化された空間方向にのみ B 場が成分を持つ弦理論と非可換なトーラス上で定義された空間方向が非可換ヤン–ミルズ理論との関係を議論した。両者から得られる BPS 質量公式を比較することで、両者の計量、非可換パラメータと B 場との間に存在する関係や、ヤン–ミルズ理論の結合定数と弦理論のそれとの関係を導いた。また、コンパクト化された弦理論を持つ U 双対性が非可換トーラス上のヤン–ミルズ理論では Morita 同値として実現されていることも示した。

Seiberg, Susskind, Tombas らによって、時間に関係する 1 成分のみを持つ B 場がある場合の弦理論について議論された。その結果として、この B の成分は閾値を持ち、 B 場がその閾値を越えると理論は安定なものではなくなることに、閾値を越えない場合でも場の理論を持つ極限が存在しないことが示された。

本研究では、非可換トーラスにコンパクト化された時空が非可換な $2+1$ 次元ヤン–ミルズ理論を解析した。この理論は $D=2$ ブレーンの低エネルギー有効理論になっていることが期待される。そして、弦理論の低エネルギー極限として得られる非可換な場の理論の場合は、単純な非可換スカラー理論の場合と異なり、弦理論のよい性質を受け継いで病的な理論にならない事が期待できる。まず、時空が非可換な理論は時間について非局所的な理論になっているので、時空の非可換性は小さいとして時空が可換な理論からの摂動として理論を定義した。そのため作用は時空の非可換パラメータの冪級数の形になる。本研究では摂動の次数を 4 次までとし、理論の解析を行った。その結果として、BPS 基底状態の質量公式を得た。この質量公式は摂動の次数を上げてても全く同一のものが得られる。すなわち、全て

の展開次数の効果を取り入れた質量公式と言える。

また、空間 1 次元をコンパクト化することによって IIA 超弦理論を導く M 理論の超変換代数から D 2 ブレーン質量公式を導いた。但し、理論の空間 2 次元はトーラスにコンパクト化されており、 B 場はトーラスに沿った方向と時間とトーラスの 1 成分の方向に成分を持つ。(以下、特に後者を B_{0a} と表記する。) 弦理論が持つ性質の一つである U 双対性を質量公式が持っている事を $SL(2, \mathbb{Z})$ 変換不変性という形で示した。この時、質量公式が正の値になる条件式から、 B_{0a} (の長さ) が、Seiberg, Susskind, Tombas らが議論した場合と同様に閾値を持つ事を明らかにした。この式は彼らが導いた式の $2 + 1$ 次元への自然な拡張になっている。

非可換ヤン-ミルズ理論から得られた質量公式に特定の背景場を与え、弦理論と非可換ヤン-ミルズ理論の適切な対応関係を与えると D 2 ブレーンの質量公式と非可換ヤン-ミルズのそれとが一致する事を示した。この事実は、Seiberg, Susskind, Tombas らが議論した場合と違い弦理論が場の理論を導く極限を持つ事を示している。さらにそれは、ここで得られた対応関係に従って定義された計量や非可換パラメータを持つ非可換ヤン-ミルズ理論は弦理論のよい性質を受け継ぎ、よく定義された理論になっていることを強く示唆している。この対応関係は、Pioline と Schwarz の結果をユークリッド計量の場合で時間方向を含めた形に拡張したものである。Pioline と Schwarz の対応関係は Seiberg と Witten が求めた弦理論と非可換ゲージ理論との対応関係とは異なっていて、両者の非可換ゲージ理論は双対な関係にある。Seiberg と Witten が求めた対応関係はユークリッド計量の場合で、彼らは容易にミンコフスキー計量に拡張できると予想している。本研究の結果は彼らの予想を正当化する傍証を与えた。D 2 ブレーンの質量公式が $SL(2, \mathbb{Z})$ 不変性を持つと同様に、非可換ヤン-ミルズ理論の質量公式も、 $SL(2, \mathbb{Z})$ 不変性を持つことを示した。これは非可換トーラス上の座標がさらに時間座標とも非可換な場合においても Morita 同値が成立することを意味する。

一般に非可換トーラス上での積分は可換トーラス上のそれに対し“ずれ”を生じる。そのため、積分によりトーラス上の面積を測っても非可換トーラスの“面積”は可換のそれと一致しない。この非可換トーラスの“面積”は数学的に求められている。そのため、Pioline と Schwarz は、非可換ヤン-ミルズ理論の質量公式の導出過程においてその結果を利用している。残念ながら、非可換トーラス上の座標がさらに時間座標とも非可換な場合の“面積”は知られていない。しかし、本研究では弦理論から導かれる D 2 ブレーンの質量公式との対応関係において、非可換トーラスの“面積”が非可換性が空間のみに限られる場合の“面積”とは異なり、補正を加える必要がある事を示し、弦の典型的な長さが小さい極限で最初の補正がどのような形になるのかを明らかにした。

以下にもう一度本研究によって明らかになった点をまとめておく。

- B_{0a} が 0 で無い場合の弦理論を考察する場合、 B_{0a} の長さには閾値があり、閾値を越える B_{0a} を与えた場合、系は不安定になる。越えない場合は場の理論になる極限が存在し、結果として得られた場の理論はよく定義された理論になっていると期待できる。
- 時空が非可換なヤン-ミルズ理論は特定の背景場の下で安定な理論になっている。
- 非可換トーラスにコンパクト化された時間と空間が非可換な $2 + 1$ 次元ヤン-ミルズ理論から導かれる B P S 質量公式と背景時空に B 場がある場合の超弦理論から導かれる D 2 ブレーンの質量公式が一致することがを示し、両者の対応関係を明らかにした。また、両者の $SL(2, \mathbb{Z})$ 不変性も示した。

学位論文審査の要旨

主査 教授 石川 健三

副 查 教 授 河 本 昇

副 查 教 授 加 藤 幾 芳

副 查 助教授 中 山 隆 一

學位論文題名

String Theory with a Constant B Field and Space-time Non-commutative Yang-Mills Theory

(B 場がある場合の弦理論と時空が非可換なヤン-ミルズ理論)

重力相互作用を含むすべての力を統一する理論の候補として弦理論が広く研究されてきた。その結果弦理論の攝動論としての性質は良く理解されてきた。弦理論が矛盾のない重力の量子論になっていること、また重力以外の3つの力や電子、クォーク等の基本的物質からなる素粒子標準理論を含む理論になっていることがわかった。しかしながら、この際時空に制限が付き通常のは4次元より高次元でのみ矛盾のない理論となっている。その為4次元時空以外の空間は極めて小さな大きさの空間に閉じ込められていると考えざるを得ない。この際多くの任意性が残る。この問題点の解明には、未だ理解があまり進んでいない。弦理論の非攝動的効果の解明が重要であると思われる。

弦理論はもともと極めて高い対称性と数学的に綺麗な構造をもつ。弦理論の非摂動的な効果はこれを反映して様々な興味深い豊富な内容を含むものである。非摂動的状態と場の凝縮は一定の値に凝縮した状態や、時空の座標に依存して凝縮したソリトンがある。近年ある凝縮場の凝縮のとき凝縮した弦理論が凝縮した真空場である。その高い対称性の局所的な理論で、弦理論は凝縮した真空場は不安定になることが多い。その高い対称性のため、弦理論で弦理論の性質は局所的場の理論とは異なる可能性がある。これを調べるのは興味深い。特に弦理論ではbraneと呼ばれるソリトンがこの電場が凝縮した系でどうなるのか？これらは今まで未解決の弦理論の重要で興味深い非摂動的効果である。

ネしら。一電 z を析子たを
エ明さる。ゲや (2、性解量しを
低解たあで場 s_1 安使いる認連
のをまが限磁 s_1 安使いる認連
と論ち性極ずがのをにをな。
そ理論可能るまや系積式と動ある。
質 J を可あ、は、と $Moyal$ 形こ攝で
性一質う、者め、こを正満す攝の
のゲ性まら者め、こを正満す攝の
理論換のしが請求る論のをの
理論換のしが請求る論のをの
弦非可れち、ル取 J 条件付論とす
際のががをいク限 J 束縛 J 場進展
た上標性質にべ極換束縛 J 場進展
し標座盾性慮ス場可のル J 場進展
縮座心矛盾を質量所非 J 束縛 J 場進展
凝空中無良を質局のに J 束縛 J 場進展
が時、のてらし、でに J 束縛 J 場進展
場換時てめれ析に上 J 束縛 J 場進展
電可たし極 J 束縛 J 場進展
の非れとは。を J 束縛 J 場進展
種るら理論た論。換め J 束縛 J 場進展
るれえ子理論た論。換め J 束縛 J 場進展
あわ与量弦て弦し非 J 束縛 J 場進展
は思がやめれたにに J 束縛 J 場進展
氏と場性たらし J 束縛 J 場進展
司す磁定つ知化ら J 束縛 J 場進展
圭表に安持が J 束縛 J 場進展
坂を系のをとクを J 束縛 J 場進展
早理体系性こ J 束縛 J 場進展
者物多と称る J 束縛 J 場進展
請のの対す J 束縛 J 場進展
申で子わい J 束縛 J 場進展
で限粒加高一し J 束縛 J 場進展
文極電がでに J 束縛 J 場進展
論一荷場ろ J 束縛 J 場進展
本 J 束縛 J 場進展
ルたにと J 束縛 J 場進展

これを要するに、著者は磁場と電場が凝縮した弦理論と非可換座標上での非可換ゲージ理論との質量スペクトルならびにそれらの相対性等の性質を解明した。これは弦理論並びに非可換座標上のゲージ理論の非摂動的な性質の解明に貢献するところ大なるものがある。

よって著者が北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。