

学 位 論 文 題 名

Study of Aging Phenomena in the Generalized Random Energy Model

（一般化されたランダムエネルギーモデルにおけるエイジング現象の研究）

学位論文内容の要旨

ガラス・スピングラス・ポリマーなどのランダム系の自由エネルギーは、非常に多くの局所的最小とそれらを隔てる障壁が混在した、複雑な多谷構造を持っていることで知られている。色々な大きさの障壁の存在は緩和時間の幅広い分布をもたらし、これらの系ではよく遅い非指数緩和が観測される。また、この緩和時間の最大値 $\tau_{\max}$ は温度が相転移温度 T_c 以上の高温相では有限であるのに対し、転移温度以下の低温相では無限大に発散してしまい、系は実験可能な有限時間内では決して熱平衡化されない。この転移温度以下の状況では、系が熱平衡状態（この変化のない状態を死の状態と見なしている）にどれだけ近づいているかに外場に対する応答などが依存する、エイジング (aging) と呼ばれる現象が観測される。

このエイジング現象は当初、急冷後の温度を常に一定に保つ、等温過程における研究が主に行われてきた。しかし近年、測定途中で温度を変え、そのことが系の熱平衡化 (エイジング) にどのような影響を及ぼすかを調べる、温度変化を伴うエイジング現象に関する実験がスピングラスに対して行われ、メモリー効果・再初期化と呼ばれる非常に興味深い現象が観測された。例えば、E. Vincent らが 1995 年に行った実験では次のような結果が得られている。スピングラスのサンプルを T_c 以上から T_c 以下のある温度 T に急冷し、系をこの温度に保ちながら交流磁場をかけてやると、動的感受率 χ が時間と共にゆっくりと緩和していくのが観測される。このことは、エイジングが進むにつれて外場への応答が弱くなっていることを表わしているが、E. Vincent らはこの長時間緩和を測定中に温度を $T \rightarrow T \pm \Delta T$ に一時的に変化させることによって摂動を加え、この摂動がその後の長時間緩和にどのような影響を及ぼすか、について調べた。今後便宜上、摂動を加える前を第 1 ステージ、摂動を加えている間を第 2 ステージ、摂動を加えた後を第 3 ステージと呼ぶ。まず $-\Delta T$ の場合には、まるで系が第 1 ステージでどこまで年を取ったかを覚えているかのように、第 3 ステージでの χ の緩和が第 1 ステージ最後の値から再開されるメモリー効果が観測される。逆に $+\Delta T$ の場合には、まるで第 2 ステージでの摂動によって系が若返ったかのように、第 3 ステージでの χ の緩和が第 1 ステージ最後の値よりもっと大きい所から始まる再初期化が起こる。温度の上昇は緩和の促進をもたらすと考えるのが普通であり、この緩和の促進は実際にポリマーグラスなどで観測されているが、スピングラスでは全く逆の再初期化が観測されている。

このような温度変化を伴うエイジング現象を理解する上で重要だと考えられているのが、以下に説明する連続的なエルゴード性の破れという性質である。ランダム系の自由エネルギーが持つ多谷構造は転移温度 T_c 以下で突如構成されると考えるよりは、温度の低下と共に大きな谷から小さな幾つかの谷への分岐が何度も繰り返されることによって徐々に構成されていく、と考えるのがより自然である。強磁性体の自由エネルギーはある温度を境に 1 つの谷から 2 つの

谷に分岐し、そこで2つの谷が互いに行き来不可能になるエルゴード性の破れが生じることは良く知られた事実であるが、ランダム系ではこのような相転移とそれに伴うエルゴード性の破れが温度の低下と共に連続的に起こっていると考えられる（このことはスピングラスの平均場モデルでは実際に確かめられている）。F. Leflochらは前述のメモリー効果・再初期化がこの連続的なエルゴード性の破れという性質から定性的に良く理解できることを指摘した。

理論的に解析可能な、ある転移温度でエルゴード性の破れを起こすモデルとして B. Derrida によって 1980 年に提案されたランダムエネルギーモデル (Random Energy Model、以降 REM と略する) があるが、同じく B. Derrida によって 1985 年に提案された、本論文の研究対象である Generalized Random Energy Model (GREM) は、この REM が階層的に積み上げられることによって構成されるモデルである。各層の REM はそれぞれ異なった転移温度を持っているが、上の層ほど転移温度が高く設定されている。そのため、温度を下げていくと上の層から順にエルゴード相から非エルゴード相への相転移を起こし、位相空間の分割が連続的に起こる。本論文の目的は、実際のランダム系で観測される種々のエイジング現象がこのモデルによってどの程度、あるいはどのように説明することができるのかを明らかにすることである。

まず、GREM における等温過程のエイジング現象に関しては解析計算による研究を行った。最初に系の時間発展を記述するマスター方程式に対するグリーン関数を厳密に計算し、その結果を用いて時間相関関数 $C(t+t_w, t_w)$ を計算することに成功した。次に、このモデルでは、系が平衡状態に達していなくても相関関数と応答関数の間にある関係が成り立っていることを証明し、この関係を用いて実験で良く観測される動的感受率など、外場に対する応答を計算した。その結果、 T_c 以上からの急冷から t 後の、周波数 ω の交流外場に対する応答 $\chi(\omega, t)$ が ωt のみの関数としてスケールされることを確かめた。これと同様のスケーリング則はスピングラスの実験においても観測されている。

次に温度変化を伴うエイジング現象に関しては、グリーン関数を用いた解析的な計算があまりに複雑になってしまうため、幾つかの実験と同様のモンテカルロシミュレーションを実施することによって研究を行った。その結果、実験結果が良く再現されること、メモリー効果・再初期化が次のシナリオに従って現れていることが明らかにされた。今、 L 層から成り立つ GREM について考えよう。そして、下から数えて k 番目の層の転移温度を $T_c(k)$ と表わすと、ある温度 $T < T_c(L)$ に対して、 $T_c(n-1) < T < T_c(n)$ を満たす第 n 層が必ず存在する。ここで重要なのは、これより下の層はすぐに熱平衡化されるために長時間緩和にほとんど寄与せず、逆に上の層はほとんど凍結してしまっているかのように時間発展をほとんどしないことである。そのため、系の長時間緩和はこの第 n 層（以降 *activated layer* と呼ぶ）によってほとんど支配されている。そして $-\Delta T$ の温度摂動を加えた場合は、*activated layer* がほとんど凍結してしまうためにメモリー効果が観測される。逆に $+\Delta T$ の温度摂動を加えた場合は、 $T \approx T_c(n)$ であるためわずかな温度摂動で $T + \Delta T > T_c(n)$ となり、*activated layer* は短いタイムスケールで、温度摂動を加えられる前とは全く異なる、温度 $T + \Delta T$ での平衡状態に達することにより再初期化が起こる。

以上の研究から GREM によってメモリー効果・再初期化が再現されること、これらの現象にとって連続的なエルゴード性の破れという性質が本質的な役割を果たしていることが明らかにされた。しかし、実際のスピングラスは GREM と同じ機構に従ってメモリー効果・再初期化が現れているのか、についての研究は今後の課題である。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 徳 永 正 晴

副 査 教 授 和 田 宏

副 査 助 教 授 根 本 幸 児

副 査 助 教 授 川 端 和 重

学 位 論 文 題 名

Study of Aging Phenomena in the Generalized Random Energy Model

(一般化されたランダムエネルギーモデルにおけるエイジング現象の研究)

ガラス、スピングラス、ポリマーなどのランダム系の自由エネルギーは、非常に多くの局所的最小とそれらを隔てる障壁を持つことが知られ、多谷構造と呼ばれている。これらの系で観測される非常に遅い緩和現象では、系が熱平衡状態にどれだけ近づいているかに依存するエイジングと呼ばれる現象が観測される。スピングラスは強磁性的及び反強磁性的相互作用の混在する磁性体で、ランダム系の代表として実験的に緩和現象の機構が精力的に調べられている。(1) スピングラスを相転移温度以下に急冷して、直流磁場下での磁化の時間変化が測定された。磁場を印加するまでの待ち時間(平衡への変化が進む時間)を変えると、磁場印加後に待ち時間と同じ時間で磁化の時間変化率が最大になる。(2) 交流帯磁率の時間変化の測定では、(A) 温度をパルスの的に低下させ、また元の温度に戻すと、あたかも前の温度での緩和が一端中断した後、また再開するかのようには振舞うメモリー効果と、(B) パルスの的に温度を上昇させると、系が時間を少し遡ったような緩和を示す再初期化が特徴的である。スピングラスにおけるエイジングのミクロな機構は、多谷構造の温度変化として明らかにされることが期待されている。

本論文では多谷構造の階層的拡散モデルとして提案された、ランダムエネルギーモデルを階層的に積み上げて一般化したモデルを理論的に研究した。まず、時間発展グリーン関数を解析的に求めることに初めて成功し、それを用いて(1)の実験で観測される磁化の時間変化が待ち時間でスケールされることを示した。次に、解析的な取扱いが困難な(2)の温度変化を伴うエイジング現象に関しては、モンテカルロシミュレーションによって調べ、実験結果がよく再現されることを示した。この過程において、各階層の多谷構造毎の帯磁率への寄与を別々に求められるシミュレーションの利点を利用して、メモリー効果と再初期化の機構のミクロな起源を明らかにした。これらの結果から少なくともこのモデルでは、エルゴード性の破れという性質が多谷構造上の緩和機構において、本質的な役割を果たしていることが明らかにされた。

使用された階層的拡散モデルは、スピングラスへの適用に限定されない一般化されたランダム系共通の特徴を反映したものである。したがって、この結果は他のランダム系

のエイジング現象への適用も期待される。よって審査員一同は、著者が北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。