

多次元の非線形情報解析と時系列解析に関する研究

(A study on multi-dimensional non-linear information analysis
and time series analysis)

学位論文内容の要旨

本論文では、次の 7 つのことを研究した：

- (a) 局所時間域の多次元の確率過程に対する非線形情報解析について研究し、入れ子式の確率過程からなる生成系を構成した
- (b) 局所時間域の多次元の確率過程に対する非線形予測子を求めた
- (c) 多次元の非線形情報解析を応用した、新しい因果関係の概念である弱因果性と非瞬時的弱因果性を定式化し、その特徴付け定理を示した
- (d) 応用上必要不可欠である部分的非線形情報空間について議論した
- (e) 部分的非線形情報空間に基づく有限階数の非線形因果性を定式化した
- (f) 各因果解析の手法に適したモデル選択の方法とその予測公式を求めた
- (g) データ解析に応用するための、多次元の非線形情報解析の使い方について示した
- (h) 実際のデータの予測に対して、多次元の非線形情報解析および多次元の非線形因果解析の有効性を示した

定常過程に対する非線形予測問題は Masani-Wiener によって始めに解決された。彼らが対象にした確率過程は有界で退化しないものであった。そこでは理論的に解決されたものの、現実的に計算可能なアルゴリズムが欠けていた。

その後、岡部-大塚によって、 KM_2O -ランジュヴァン方程式論の応用という形でアルゴリズムについての解決がなされた。さらに、松浦-岡部は、対象とする確率過程を時間域が局所的で退化する場合にまで一般化し、有界性の条件を可積分性の条件に弱め精密化した。

また、 KM_2O -ランジュヴァン方程式論の枠組の中で、非線形時系列解析が様々な方法 - 定常解析、因果解析、モデル解析、予測解析 - を用いて行なわれてきた。そこでの研究に使用されている非線形性はすべて 1 次元の確率過程に対するものであった。

現実の世界のデータに対して時系列解析を行う中で、1 次元の非線形性では解析できず、多次元の非線形性を取り込んだ情報解析の理論が必要であることがわかってきた。このことは、単純に 1 次元から多次元の拡張としての非線形性の解析としてではなく、本質的に多次元の非線形性の解析を必要とすることを意味する。このことを例を挙げて説明する。

$X = (X(n); 0 \leq n \leq N)$ を解析を行ないたい 1 次元の確率過程、 $Y = (Y(n); 0 \leq n \leq N)$ を X になんらかの意味で影響を与えていると考えられる別の 1 次元の確率過程とし、共に共通の確率空間 $(\Omega, \mathcal{B}, P)$ 上で定義されているものとする。さらに、 $X(n), Y(n) (0 \leq n \leq N)$ は 2 乗可積分とする。従来の方法でも、 Y から X への因果関係を Y の非線形性を用いて調べることが可能であった。この場合は次の量を見る：

$$P_{N_0^0(Y)} X(n).$$

ここで、 $B_0^n(Y)$ は $Y(k)$ ($0 \leq k \leq n$) を可測にする最小の σ -加法族であり、 $N_0^n(Y)$ は $L^2(\Omega, B_0^n(Y), P)$ で与えられる。また $P_{N_0^n(Y)}$ は $L^2(\Omega, B, P)$ から $N_0^n(Y)$ への射影作用素とする。ところが $N_0^n(Y)$ は Y のみの非線形性しか使っておらず、 Y の情報と X の過去の情報の相互作用を含めた非線形の解析を行なう場合は不十分である。その為に X と Y を組にした非線形情報空間が必要となる。すなわち、 $\tilde{N}_0^n(X, Y)$ を用いて次の量

$$P_{\tilde{N}_0^n(X, Y)} X(n)$$

を見る必要がある。ここで、 $\tilde{B}_0^n(X, Y)$ は $X(m)$ ($0 \leq m \leq n-1$) と $Y(k)$ ($0 \leq k \leq n$) を可測にする最小の σ -加法族であり、 $\tilde{N}_0^n(X, Y)$ は $L^2(\Omega, \tilde{B}_0^n(X, Y), P)$ で与えられる。また $P_{\tilde{N}_0^n(X, Y)}$ は $L^2(\Omega, B, P)$ から $\tilde{N}_0^n(X, Y)$ への射影作用素とする。

このような解析の為に多次元の非線形情報解析が必要である。もちろん Y が多次元の場合ならばなおさらである。

以下に本論文の内容について述べる。

時間域が局所的な多次元の確率過程に対する非線形情報解析の理論について述べた ((a))。またその理論と KM_2O -ランジュヴァン方程式論を用いることによって、退化した場合も含む非線形予測子を理論的に求めた ((b))。

また、多次元の非線形情報解析の結果を受けて、他の確率過程との相互作用も考慮した新しい因果関係である弱因果性と非瞬時的弱因果性について議論した ((c))。さらに、既存の場合も含めて、従来では無限の時間域で定義されていた因果性の概念を局所的な時間域の場合に定式化し、それを定量的に特徴付けた。

理論的には、無限に多くの非線形性を用いることで非線形予測子や非線形因果性は完全に表現できる。しかし、実際のデータ解析では無限に多くの非線形情報を使うことはできず、部分的な非線形性を用いて近似をしなければならない。そのために、理論との橋渡しをするための部分的非線形情報空間について論じた ((d))。

上で述べた部分的な非線形性は、何らかの基準で最良となるものを選択するのが望ましい。そこで、本論文では因果関係を用いてその基準を提案する。その為に、因果性と部分的非線形情報空間の間関係を有限階数の非線形因果性という概念を用いて表現し、一般の場合の因果性との関係について論じた ((e))。また、この有限階数の非線形因果性を用いてモデル選択する方法を提案し、それぞれの場合について非線形予測子を求める公式を示した ((f))。

以上が理論的に得られた結果である。さらに、以上で示されたことをもとに、実際に時系列解析をするための手順を示した ((g))。

最後に、実際のデータ解析の例として、エルニーニョに関連したデータに適用して、多次元の非線形情報解析が、因果解析とそれに基づく予測解析に有効であることを示した ((h))。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 津 田 一 郎

副 査 助 教 授 井 上 昭 彦

副 査 助 教 授 三 上 敏 夫

副 査 教 授 岡 部 靖 憲 (東京大学大学院工学系研究科)

学 位 論 文 題 名

多次元の非線形情報解析と時系列解析に関する研究

(A study on multi-dimensional non-linear information analysis
and time series analysis)

多次元の確率過程に対する非線形情報解析はその応用上の重要性にも関わらず、応用可能な形で数学は十分発展していなかった。最近10年間に岡部らによる KM_20 ランジュバン方程式の理論が進展し、この問題に数学的な基礎づけを与えるまでになっている。申請者の金子氏は岡部理論にもとづき、非線形因果解析を行ない、理論を実データに適用可能になるように再構築することで、確率過程論に実験数学的手法という新しい道筋をつけたと言ってよい。

金子氏は岡部氏と共同で、局所時間域の多次元確率過程において、入れ子の確率過程からなる生成系を構成し、非線形予測子を KM_20 ランジュバン方程式を使って求めた。さらに、理論を実データに適用する場合、従来の因果性の概念は強すぎるので、弱因果性と非瞬時的弱因果性を定式化し、その特徴付けに関する定理を得た。金子氏はさらに実際のエルニーニョのデータに対して計算が爆発しないアルゴリズムを構築することで、理論が実データに適用可能であることを示した。

以上のように、本申請論文は、確率過程論を実験数学的に研究する典型的な手法を提案している点で、応用数学に貢献するところ大なるものがある。

よって申請者は、北海道大学博士(理学)の学位を授与される資格あるものと認める。