

## 学位論文題名

球面調和関数を用いたスペクトル法による液滴内  
3次元過渡表面張力対流の数値解析手法

## 学位論文内容の要旨

（対象とする現象と適用対象の例）

液面に沿って温度勾配が存在するとき、表面張力は一般に高温部で弱く、低温部で強いため、液面に表面張力勾配ができる。この効果はマランゴニ効果と呼ばれている。流体はこの表面張力勾配を駆動力として、高温部から低温部に流れる。この現象は表面張力対流または Marangoni 対流と呼ばれ、宇宙空間のような微小重力場や液滴などの径の小さい場で卓越する現象であることが知られている。

液滴ラジエータは次世代型宇宙用放熱器として宇宙工場、月基地のような大型宇宙構造物への実用化が期待されている。液滴ラジエータは、液滴を宇宙に噴霧し、ふく射熱伝達によって廃熱を宇宙に放熱する機器であり、液滴は体積あたりの表面積が広いいため、高効率であると考えられている。宇宙空間に噴霧された液滴内で発生する表面張力対流は液滴内部から液滴表面への熱輸送を促進するため、表面張力対流の伝熱特性は液滴ラジエータの放熱特性に大きく影響を及ぼし、液滴ラジエータを設計する上で非常に重要な因子になることが予想された。

（現象の持つ問題点）

しかしながら、外界から冷却されている液滴で発生する表面張力対流についての研究はほとんど行われていない。その理由としては、液滴で発生する表面張力対流を実験で調べるためには、

1. 支持手段による熱流動的外乱防止のため液滴を浮遊させなければならない、
  2. 外力を加えずに液滴が観測装置の正面に位置するように制御しなくてはならない、
  3. 液滴内の速度および温度分布を非接触で測定しなければならない、
- などの困難な課題を解決しなければならないからである。

また数値解析を行うにしても、外界から冷却されている液滴では、表面の微小な温度差によって一度対流が発生すると、表面の高温部に内部からさらに高温の流体が供給されるために、表面張力勾配がきつくなり、急速に対流運動が発達する不安定性を有するため、解析手法には高精度の解析手法が必要となる。また、球形状の液滴の境界条件を設定するのに便利な球座標系は、極で特異点を有する座標系であるので、この特異点の影響が最小となる解析手法が必要となる。

（関連研究と解析手法）

球面調和関数を用いたスペクトル法は、高精度であり、また差分法などの格子点法で

必要となる極での特殊な取り扱いを必要としない利点を持つため、気象関係などでは代表的な計算手法の一つとなっている。しかしながら気象関係の計算では、球面に沿う 2 次元流れを仮定して、流れ関数と渦度を従属変数として扱った例がほとんどである。3 次元流れの場合にはベクトルポテンシャルを従属変数とする方法が考えられるが、この方法では、表面張力勾配によって流体がせん断応力を受けることを表す Marangoni 効果を境界条件に設定することが困難となる。そのため、従属変数には速度を用いる数値解析手法が望ましい。また表面張力対流に限らず、さまざまな流れに対して、ベクトルポテンシャルを用いた手法は、境界条件の設定に関し、汎用性が少ない。したがって、速度を従属変数とする解析手法の開発は有用性が高いといえる。

(本研究の目的)

そこで本研究では、球状の流体系を対象とした、速度を従属変数とする、球面調和関数を用いたスペクトル法による数値解析手法の開発、およびこの解析手法が液滴における表面張力対流に対して有効であることの検証、さらに液滴における表面張力対流についての知見を得ることを目的とした。

第 1 章では、液滴における表面張力対流を研究するに至った経緯、液滴における表面張力対流に対する従来の研究および本研究の目的を述べた。

第 2 章では、まず球面調和関数を用いたスペクトル法について温度場を例に説明を行い、温度場の基礎方程式および境界条件の離散化を行った。次に、本研究で新たに開発した速度場の解析手法について説明した。球面調和関数を用いたスペクトル法を使って液滴における表面張力対流の速度場を数値解析する手法として、

1. 半径方向速度  $u_r$ 、表面方向速度に  $\sin\theta$  をかけた  $u_\theta \sin\theta$ 、 $u_\phi \sin\theta$  の運動方程式を使う方法、
2. 半径方向速度  $u_r$  の運動方程式と半径方向渦度輸送方程式を使う方法、
3. 直角直交座標系の各方向速度成分の運動方程式を使う方法、

を提案し、それぞれの手法について問題点およびその解決策を示した。また、これらの中で計算時間の最も短い手法を選択した。その後、圧力場を計算する手法として Kleiser and Schumann の方法を自由表面を持つ今回の系に応用して用いる方法について説明した。最後に計算手法全体のフローチャートを示した。

第 3 章では、まず半径方向の格子数およびスペクトルモード数を変えることにより、本解析手法の空間分解能の影響を調べ、空間分解能の影響が無視できる格子数およびスペクトルモード数を求めた。その後、内部に熱源を有し、外界から対流熱伝達によって一様に冷却される液滴について、物理的には同等だが、座標系での取り扱いが異なる 2 つの初期条件について解析を行い、両者の速度分布および温度分布が一致することから、解析手法の妥当性を確認した。また、液滴表面の平均温度が表面張力対流の発達とともに上昇していることから、今回解析した条件下では、液滴での表面張力対流が液滴内部から外界への放熱に大きな影響を有することが示された。

第 4 章では、本研究で得られた結論をまとめた。

# 学位論文審査の要旨

主 査 教 授 工 藤 一 彦  
副 査 教 授 工 藤 勲  
副 査 教 授 井 上 良 紀  
副 査 助 教 授 黒 田 明 慈

学 位 論 文 題 名

## 球面調和関数を用いたスペクトル法による液滴内 3次元過渡表面張力対流の数値解析手法

液表面に沿って温度勾配が存在するとき、液面に表面張力勾配ができ、これを駆動力とした表面張力対流が生じる。表面張力対流は同じく温度勾配に起因する自然対流に対して、宇宙空間のような微小重力場や液滴などのスケールの小さい場で卓越する現象であることが知られている。例えば、液滴ラジエータは液滴を宇宙に噴霧し、ふく射熱伝達によって廃熱を宇宙に放熱する機器であり、高効率放熱器として次世代型宇宙用放熱器として宇宙工場、月基地のような大型宇宙構造物への実用化が期待されているが、表面張力によって液滴内部に対流が生じると、液滴内部から液滴表面への熱輸送が促進されるため、液滴ラジエータの放熱特性に大きく影響を及ぼし、これを設計する上で非常に重要な因子になることが予想される。しかしながら、外界から冷却されている液滴で発生する表面張力対流についての実験研究はその困難さゆえにほとんど行われていないが現状である。

本論文ではこのような背景から、数値解析によって球状液滴内表面張力対流を再現する手法を開発し、現象の解明に寄与することを目的としている。この際、極座標系の極における特異点の問題に加え、表面の微小な温度差が対流の駆動源となることから、解析手法には高精度でかつ特異点の影響が微小であることが要求される。これらの要求を満たすために著者は、球面調和関数を用いたスペクトル法を用いている。

第1章では、液滴における表面張力対流を研究するに至った経緯、液滴における表面張力対流に対する従来の研究および本研究の目的を述べている。

第2章では、まず球面調和関数を用いたスペクトル法について説明し、本手法を極座標系で記述された基礎方程式系の離散化に適用した場合に問題となる点を整理・検討して、いくつかの実用的方法を提案している。また、これらの方法のうち、速度場の境界条件が表面張力と粘性力の釣合で与えられる場合には、半径方向速度 $u_r$ と半径方向渦度を直接的な従属変数として扱う方法が最も効率がよいことを見出している。

第3章では、前章で開発した方法を、内部に熱源を有し、外界から対流熱伝達によって一様に冷却される液滴について適用している。まず、物理的には同等であるが、座標系での取り扱いが異なる2つの初期条件を与えてシミュレーションを行っている。これらの計算結果は物理的に同等であるはずだが、精度の低い計算では必ずしも一致しない。ここでは、両者の速度分布および温度分布がよく一致することから、解析手法の妥当性を確認している。さらに計算結果から、液滴表面の平均温度が表面張力対流の発達とともに上昇していることを確認し、液滴での表面張力対流が液滴内部から外界への放熱に有意な影響を及ぼすことが示されている。

第4章は結論であり、本研究で得られた結果を総括している。

これを要するに著者は、球状液滴内表面張力対流を高精度に再現する数値解析手法を開発し、これを用いて液滴ラジエータ等にもみられる、液滴と外界との伝熱特性に表面張力対流が影響を及ぼすことを示したものであり、熱工学の進歩に貢献するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。