

## 積層された平板および扁平殻の非線形振動に関する研究

## 学位論文内容の要旨

複合材料の中で FRP(Fiber Reinforced Plastics)に代表される繊維強化複合材料は、比強度と比剛性に優れており、腐食が生じないことなどの特性を有していることから、広く工業分野で用いられている。特に、軽量化が性能向上に重要な役割を果たす航空機や宇宙機器の分野では広く使用されており、現在では旅客機の主要部品として使用されるまでになっている。このように繊維強化複合材料の需要が増加するにつれ、FRP のもう一つの特徴である異方性に関する考慮が必要となり、静特性のみならず動特性をも十分に把握する必要性が高まってきている。また、近年の工業分野における機械の高速化、軽量化あるいはエネルギーコストの低減の観点より、構造部材は厚肉から薄肉のものへと変わってきており、非常に振動が生じ易い状況となっている。したがって、今後ますます用途が拡大するであろう繊維強化複合材料からなる薄肉構造物の振動特性を理解することは工学的かつ工業的にきわめて重要である。このような状況を踏まえ、本研究では繊維強化複合材料からなる平板および扁平殻を取り上げ、その非線形振動の解析法と振動特性に関する基礎的研究を行った。特に、複合材料の非線形振動挙動のうちで最も現象が明らかにされていない内部共振に着目し、この共振に及ぼす積層形態などの影響について詳細に検討した。

本論文は全 5 章で構成されている。以下にそれぞれの章の概要を具体的に示す。

第 1 章は緒論であり、本研究の目的と意義および各章の概要について述べた。

第 2 章では、周辺が単純支持された薄肉の積層長方形板の内部共振現象を解明した。ここでは、(i) 振動モード(1,1), (1,3)の固有振動数  $\omega_1, \omega_2$  が  $3\omega_1 \approx \omega_2$  なる関係を有する場合、(ii) 振動モード(1,2), (2,1)の固有振動数が縮退する場合、および (iii) 振動モード(1,1), (1,3), (3,1)の固有振動数  $\omega_1, \omega_2, \omega_3$  が  $2\omega_2 \approx \omega_1 + \omega_3$  となる場合の 3 種類の内部共振を扱った。なお、振動モード  $(m,n)$  は  $x, y$  方向の半波数がそれぞれ  $m, n$  のモードを意味する。この目的のため、ハミルトンの原理より導かれる運動方程式にガラーキンを適用し、それぞれの内部共振解析に対するモード方程式を導出した。この方程式に摂動法の一つである多重尺度法を適用し、各主共振付近の定常状態における振幅、位相および外力振動数との関係式を求めた。ここで、本研究では多重尺度法に基づく解の精度を向上させるため、新たな離調度を提案した。そして、本研究で提案した離調度および従来まで用いられている離調度による二つの解析結果と、モード方程式を直接数値積分した結果を比較し、その妥当性と有効性、あるいは問題となる点を検討した。そして、 $3\omega_1 \approx \omega_2$  の内部共振を解析する場合、従来用いられている離調度では数値積分からは得られない偽の振動が求められるが、本研究で提案した離調度によってはこのような振動は得られず、非常に有効であることを明らかにした。一方、問題点としては、 $2\omega_2 \approx \omega_1 + \omega_3$  の場合に見られるよ

うに、この内部共振によって生じる三モード応答が数値積分結果より準周期的な応答であることが確認され、周期解としての解析解と矛盾することが挙げられる。このように妥当性が十分に検討された解析解を用いて、繊維配向角、層数などの積層パラメータや材料の異方性が内部共振現象に与える影響が調べられた。さらに、縮退した振動モード持つ積層平板の応答において、ホップ分岐により安定性を失った二モード応答が準周期的な振動となり、ついにはカオス振動に移行することもポアンカレ断面およびリアプノフ指数を用いて明らかにした。

第3章では、板の面外方向のせん断変形の影響を考慮に入れた、厚肉積層平板の分数調波振動を解析した。はじめに、一次せん断変形理論を用いて積層平板の運動方程式を導出した。本章では、板の面外方向に作用する調和励振力の振動数 $\Omega$ が基本振動モードの固有振動数 $\omega$ のほぼ3倍であるときの応答を調べるので、周辺が単純支持された板の変位をこの振動モードの固有関数で近似した。次いで、運動方程式にガラーキソ法を適用してモード方程式を導き、多重尺度法により分数調波振動を調べた。ここで、多重尺度法による分数調波共振をより適切に解析するため、新たな離調度を採用した。そして、数値計算例において、本研究で提案した離調度による解析結果が妥当かつ高精度であることを示した。また、繊維配向角、層数などの積層パラメータや材料の異方性がこの共振現象に及ぼす影響を調べるとともに、板厚比とせん断変形の影響も考察した。さらには、分数調波応答に及ぼす面内の境界条件の影響を明らかにした。

第4章では、積層扁平殻の一次(対称)、二次(非対称)振動モードの非線形自由振動特性および二つの非対称振動モードの固有振動数 $\omega_2$ 、 $\omega_3$ が $\omega_2 \approx \omega_3$ なる関係を有するときの内部共振現象を調べた。ここでも、面外方向のせん断変形の影響を検討するため、古典殻理論と一次せん断変形理論のそれぞれの場合に対する運動方程式を導出した。はじめに、周辺単純支持された対称クロスプライ積層扁平殻の振動特性を調べるため、扁平殻の変位をここで扱う振動モードの線形固有関数の和で近似し、モード方程式を導いた。このモード方程式より、二次振動モードが励振されるときは必ず一次振動モードとの連成振動が生じ、殻の非対称振動モードの解析には一次振動モードを考慮に入れることが必須であることを明らかにした。一次振動モードの振動特性はガウス・ルジャンドル法、二次振動モードはシューティング法によって数値的に調べ、殻の曲率半径や厚さなどの形状パラメータが非線形自由振動および内部共振現象に与える影響を明らかにした。次に、周辺が固定された積層扁平殻の振動特性を調べた。ここでは、リッツ法による線形振動解析により得られる固有関数を用いて扁平殻の変位を近似した。最終的に、周辺単純支持の場合と同様な形をしたモード方程式が導出され、先に行われたと同様の手法によって非線形振動特性が調べられた。なお、リッツ法では試験関数を級数で近似するので、線形振動解析のみならず非線形振動解析の精度もこの試験関数の項数に依存することとなる。数値計算例において、リッツ法で用いられる試験関数の項数を増加することにより、線形振動数のみならず非線形振動数や内部共振による応答も収束することを示し、リッツ法により求まる固有ベクトルを用いて扁平殻の変位を近似した非線形振動解析が妥当なものであることを示した。このように解析結果の妥当性を十分に検討して、周辺固定積層扁平殻の曲率半径や厚さなどの形状パラメータや積層形態が非線形自由振動および内部共振現象に与える影響を明らかにした。

第5章は結論であり、本研究を通じて得られた成果を取りまとめた。

# 学位論文審査の要旨

主 査 教 授 山 田 元  
副 査 教 授 岸 田 路 也  
副 査 教 授 三 上 隆  
副 査 助 教 授 小 林 幸 徳

学 位 論 文 題 名

## 積層された平板および扁平殻の非線形振動に関する研究

複合材料のなかで、FRP(Fiber Reinforced Plastics)に代表される繊維強化複合材料は、比強度と比剛性に優れ、複雑な形状の成形が容易であることや腐食が生じないことなどの特徴を有していることから、産業界で盛んに用いられている。特に、軽量化が性能向上に重要な役割を果たす航空機や宇宙機器の分野では広く採用されている。

本論文は、繊維強化複合材料からなる平板および扁平殻の非線形振動の解析法と振動特性に関する基礎的な研究を行なったものであり、その主要な成果は次の3点に要約される。

(1) 周辺が単純支持された、薄肉積層長方形板の3種類の内部共振現象を取り扱うため、ハミルトンの原理に基づいて導かれた運動方程式にガラーキン法を適用し、それぞれの内部共振現象に対するモード方程式を誘導し、本研究で提案した離調度を用いた多重尺度法を適用し、各主共振近傍の定常応答を解析した。数値計算の結果、繊維配向角、層数など積層パラメータや材料の異方性が内部共振現象に及ぼす影響を明らかにした。

(2) 板の面外方向のせん断変形の影響を考慮した、厚肉積層平板に作用する調和励振力の振動数が板の基本振動モードのほぼ三倍であるときの分数調波振動を論じた。このため、一次せん断変形理論を用いて積層平板の運動方程式を誘導し、ガラーキン法を適用してモード方程式を導き、提案した離調度を用いた多重尺度法を採用して分数調波現象を解析した。数値計算の結果、ここで提案した離調度を用いた解析結果が妥当かつ高精度であること、また積層パラメータや材料の異方性がこの共振現象に与える影響ならびに板厚やせん断変形の影響を明らかにした。

(3) 周辺が単純支持（あるいは固定）された積層扁平殻の一次（対称）、二次（非対称）振動モードの非線形自由振動特性、および扁平殻の二つの非対称モードの固有振動数がほぼ等しいときの内部共振現象を論じた。このため、扁平殻の変位を線形関数で近似することによりモード方程式を導出し、この方程式を解いた結果、非対称モードが励振されるときは必ず一次振動との連成振動が生じること、および殻の曲率半径や厚さなど形状パラメータが非線形自由振動および内部共振現象に及ぼす影響を明らかにした。

これを要するに、著者は、積層された平板および扁平殻の非線形振動に関する解析法と振動特性を論じ、この種の構造要素の振動に関して有益な知見を得たものであり、機械振動学の進歩に貢献するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。