

学 位 論 文 題 名

配位空間上の大域的制御理論の研究

学位論文内容の要旨

本論文では、時不変非線型制御系の定性的な大域的理論の一つの枠組みである「配位空間上の大域的制御理論」を提案し考察した。この理論は、フィードバック制御された系が複数の特異点を持つことを許す、という意味で大域的であり、位相幾何学な力学系理論の結果、とくに Conley 指数理論に基礎づけられているという意味で定性的である。

この理論においては、与えられた制御目的を満たす制御系を設計することはフィードバック制御された系の大域的位相幾何構造をひとつ指定することであると解釈される。標準的な制御理論における漸近安定化制御系の設計問題は、内部構造を規定された大域的コンパクトアトラクタの指定の問題へと大域化され、周期的な目標軌道への漸近的トラッキング制御系の設計問題は、極限周期軌道をアトラクタとしてもつ大域的コンパクトアトラクタの指定の問題へと大域化される。この理論は、そのような構造の指定のために、零多様体と呼ぶ状態方程式の零点集合の部分集合上に、ベクトル場の特異点を複数配置することを設計法上の特徴とする。線型制御系における設計法のひとつである極配置にならって、これを特異点配置と呼ぶ。

このような、フィードバック制御された系が複数の特異点を持つことを許すような制御理論の研究は系統的にはなされていない。その理由は、ベクトル場の構造表現の手段が存在していなかったことによる。Conley 指数理論がまだその発展途上にあるとはいえ、多様体上のベクトル場の位相幾何構造の解析手段を得た現在、我々がなすべきことは、それらの位相幾何学的な力学系理論と適合する制御系の大域的構造を表現する枠組みを探ることである。我々は、そのために配位空間上の大域的制御理論を構築し、また、この枠組みと Conley 指数理論に基礎をおく特異点配置とよぶ制御系の設計論を提案する。

本書の構成を以下に示す。

第一に、大域的制御理論の新しい枠組みとして、状態空間ではなく制御系の配位空間を基本とするべき事を提案した。

そのために、まず、配位空間上の制御系に関する基本的概念を整備した(第2章)。力学系と制御器の状態、出力および入力に属する空間の直積空間として制御系の配位空間を定義したのち、入力および出力方程式を考慮してこの配位空間から状態空間への2段階の射影を構成して、ファイバー多様体の系列としての構造を与えた。入力および出力方程式から入力多様体、出力多様体および入出力多様体を定義した。状態空間上の接バンドルを配位空間上に引き戻して、ひとつの可換図式を構成した。状態方程式を配位空間上に引き戻されたベクトルバンドルのひとつの断面とみなした。状態空間上のベクトル場であるフィードバック制御された系を状態方程式の入出力多様体への制限と同一視して、単に制御された系と呼ぶ。次いで、制御された系が入出力多様体上に誘導する流れの不変集合と関連の深い状態方程式の零点集合の構造を調べた。この零点集合を零多様

体, 退化零多様体および危点の集合に分解して, 各部分のさらに詳細な分解表現を調べた. 最後に, 実際の制御系に現れる一般的な状態方程式を零多様体の構造論の立場から特徴づけるために, ほとんど単純な零点集合および単純な零点集合という概念を導入した.

つぎに, 零多様体に付属する基本的な概念を検討した(第3章). もし, 制御された系が双曲型特異点を持つならば, それは零多様体と入出力多様体との横断的交点以外ではないことを示した. 零でない固有値しか持たない孤立特異点を単純であると呼び, 特に, 状態フィードバック系においては, 単純な特異点しか持たない入力方程式の全体が入力方程式の全体が作る空間の中で, 開かつ稠密であることを示した. 零多様体の各点に現れ得る双曲型特異点の指数の全体を零多様体の許容指数と呼ぶ. 配位空間上の制御理論と線型制御理論の関係を明示した後, 線型制御理論の成果を引用して, 零多様体の許容指数の特定方法を整理し, 零多様体および退化零多様体の射影次元という概念を導入して, その定義方法を考察した後, その基本的な性質と出力方程式との関連を議論した.

さらに, 入出力多様体と零多様体の交叉を議論した(第4章). まず, 入出力多様体と零多様体のひとつの成分の横断的交点における局所交叉数とそれのすべての交点に渉る和としての交叉数を定義した. 零多様体のひとつの連結成分上で複数の横断的交点をもって交叉する単純な場合において, 隣り合う二つの交点の指数の関係を考察した後, 複数の連結成分上での交叉を伴う一般的な場合に, その結果を拡張した. 次に, 不可制御不変零多様体, 分離零多様体といった配位空間の特別な部分多様体について考察した. これらの部分多様体は, 入出力多様体との間に特別な交叉の状況を作り出す. そして, もし, これらが存在すれば, 制御された系の大域的構造を制限することを示した.

さらに, 零多様体だけでは捕捉できない状態方程式の大域的な状態を把握するために, 境界接点多様体の一般論を取り扱った(第5章). まず, 制御系の境界接点多様体の概念を導くために, 制御された系に関連して, 一般化された Poincare-Hopf の指数定理を検討した. その議論に基づき, 絶対境界接点多様体および相対境界接点多様体という二種類の境界接点多様体を定義し, その基本的な性質を検討した. 次に, 絶対境界接点多様体と相対境界接点多様体との関係を検討し, ほとんど単純な零点集合をもつ状態方程式における境界接点多様体の存在を議論した. 境界接点多様体からは, 散逸的な境界の存在条件である境界可安定性という安定性の概念が導かれるが, さらに一般的な状況に適用できる境界可安定性に対する中立性という概念が提案された.

第二に, 内部構造を指定した大域的コンパクトアトラクタの実現の問題を大域的制御理論の問題とするべき事を提案し, 具体的例題を検討して実設計への応用を示した.

特異点配置の一般論を取り扱った(第6章). 入力多様体を適当に選ぶことにより, 状態方程式の零多様体上に複数の特異点を配置して, 制御された系の大域的位相幾何構造を指定する問題を特異点配置問題と呼んだ. まず, 流れが構造安定であるという仮定の下で, 位相共役という流れの同値関係によって, 制御された系の個々の大域的位相幾何構造の分類が確定することを出発点として, Morse-Smale 制御系および勾配的 Morse-Smale 制御系の概念を提案し, 特に, それが勾配的である場合について, その大域的位相幾何構造の表現方法を, Conley 指数理論の立場から検討した. そして, 分離零多様体をもつ状態方程式に対する特異点配置問題を, 具体的例題を通して検討した.

大域的漸近安定化制御系の基本的な設計論を検討した(第7章). まず, 大域的コンパクトアトラクタの一般的な特性と存在, その内部構造の解明に関して知られている内容を, 力学系理論から検討した. その後, 配位空間上の制御理論の立場から, 大域的漸近安定化問題および大域的相対漸近安定化問題を定式化し, それぞれに関する基本的な結果を

導いた。最後に，具体的例題を検討して，設計手順の実例を示した。

なお，本文の理解のために必要となる位相幾何学および Conley 指数理論の基礎と本書で用いたそれ以外の分野の用語に関して，付録でそれをまとめた。索引を付けた。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 島 公 脩
副 査 教 授 土 谷 武 士
副 査 教 授 新 保 勝
副 査 教 授 永 井 信 夫

学 位 論 文 題 名

配位空間上の大域的制御理論の研究

制御工学の基本原理解である現代制御理論は、40年間の研究と実システムへの応用を経て、90年代初頭に可微分多様体上の非線形システムの制御則を決定する設計方程式群として、ほぼ完成された。しかし、この非線形理論は動作点近傍における局所的理論であり、ロボット・飛翔体・移動体などの高度な運動能力・高効率の実現のためには、大域的制御理論が必要である。

本論文は、制御系の大域的な構造を解析し、フィードバック制御則を設計し、系の大域的な挙動を定める理論である「配位空間上の大域的制御理論」を提案し、その基本的な概念および方法を整備して、大域的漸近安定化フィードバック則の設計法を与え、設計例によりその有効性を示すことを目的としている。

以下に主要な結果を要約する。

(1) 配位空間の概念の導入による大域的制御理論の枠組みの提案

現代制御理論において本質的であった状態空間に対して、本論文では状態空間を底多様体、入力空間および出力空間をファイバーとして持つファイバー多様体としての配位空間を考察の基礎としている。入力を状態または出力の関数として定めるフィードバック則は配位空間においては入力多様体または入出力多様体として表現され、フィードバック則の決定する状態空間上のベクトル場はこれらの多様体上の流れを定義することを示し、現代制御理論とこの理論との基本的な対応関係を与えている。この流れには複数の特異点が存在し得て、それらの特異点は状態方程式の零点集合のなかの零多様体と入力多様体または入出力多様体との交点であることを示している。

(2) 存在し得る特異点の局所的性質の解明

フィードバックにより出現する特異点が双曲型であるならば、その特異点は零多様体と入出力多様体との横断的交点であることを示し、線形制御理論との対応関係を明らかにした上で、双曲型特異点の指数の計算法を示している。さらに、固有値零を持たない特異点のみを持つフィードバック則は、すべての微分可能なフィードバック則の空間において開かつ稠密であることを示している。このことは、フィードバック則の存在条件の判定に、微分位相幾何学的な力学系理論の手法が有効であることを示しており、制御理論における新たな方法論的可能性を示唆するものである。

(3) 実現し得る流れの大域的位相幾何学的性質の解明

双曲型特異点すなわち入出力多様体と零多様体との横断的交点の局所交叉数の計算により、零多様体の連結成分または複数の連結成分上に現れる複数の双曲型特異点の性質を

明らかにしている。さらに、零多様体の全体に関連する性質を詳しく考察・分類して、大域的に実現し得る流れの構造の型を明らかにしている。つぎに、一般化された Poincaré-Hopf の指数定理に基づいて境界接点多様体の概念を導入して流れの大域的な状況の把握に用い、境界可安定性の定義を与えて、特異点配置と呼ぶ大域的制御系の設計法を位相幾何学的見地から基礎付ける主要な定理および特異点配置仕様の実現可能性を判定する公式を導出している。

(4) 特異点配置による制御系設計の具体的手順の導出

著者は、入力多様体を適当に選ぶことにより、状態方程式の双曲型特異点の集合とも解釈できる零多様体上に複数の特異点を配置することを中心として、フィードバック制御された系の大域的位相幾何学的構造を指定する問題を考察している。フィードバック制御系の持つべき性質として勾配的 Morse-Smale 制御系の概念を導入し、その大域的構造の表現を Conley 指数理論を用いて検討し、フィードバックによって現れ得る流れの大域的構造の分類とヘテロクリニック分岐の構造を明らかにする手順を与えている。さらに、特異点配置による制御系設計の手順を与え、具体例によりその適用法を示している。

(5) 大域的漸近安定化制御系の設計法の導出

大域的コンパクトアトラクタへの大域的漸近安定化、および内部構造を指定した大域的コンパクトアトラクタの実現の問題を前項の設計法により解決できることを示し、具体例により設計手順の詳細を述べて、本論文に展開した大域的制御理論の有効性を示している。この研究により、従来の現代制御理論において扱えなかった真に大域的な制御の研究の糸口が開け、有効な制御則を決定できなかった多くの問題に解を与えることが可能となり、新たな研究分野が開拓された。

これを要するに、著者は、制御系の大域的な構造を解析し、フィードバック制御された系の大域的な構造を指定して、フィードバック則を実際に設計するための大域的制御理論の基本的な枠組みとそれを構成する諸概念を新たに提案・検討し、その有効性を示したものであり、制御工学に対して貢献するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格があるものと認める。