

博士(工学) 加地 太一

学位論文題名

無閉路有向グラフの最適系列分割問題に関する研究

学位論文内容の要旨

本論文は、広範なシステム工学分野への応用が期待される無閉路有向グラフの最適系列分割問題の提案と、その数学的定式化および解法に関する研究について述べたものである。この問題は組合せ最適化問題の中で最も基本的で応用範囲の広いグラフ分割問題の一形式を与えるものであり、要素間の先行順位とその保存が要請される多くのシステム問題、例えばスケジューリング問題、ラインバランシング問題、生産プロセス問題などへの寄与が期待できる。

まず、無閉路有向グラフの系列分割を数学的に明確化し、無閉路有向グラフの系列分割を切断の概念を用いて定式化した。次に、本問題に対する算法構成において重要な役割を演ずる Kernighan の一列化グラフの系列分割問題の解析と効率の改善を行った。また、提案する問題に対して、無閉路有向グラフが並列的な構造を持つとき多項式オーダーで計算可能な厳密解法の構成が可能であることを述べる。しかし、本問題は元来 NP 困難な問題であり、グラフが特別の構造を持つときを除けば、解を求めるのに必要な漸近的計算量は一般に指数オーダーとなる。そこで、巨大でランダムな構造を持つグラフに対しても、メタヒューリティックなパラダイムに基づく近代的な近似解法の枠組みに準拠して、有効な近似解法を考案することによって、実用的な時間内で計算可能な解法を確立するという課題に応えている。

本論文は、全 8 章から構成されており、その概要を以下に述べる。

第一章は序論であり、グラフ分割問題とそれに関連する組合せ最適化問題に関するこれまでの研究を概観することによって、本研究の背景を説明するとともに、本研究の目標である検討課題を次のように整理している。

- (1) 要素間に先行関係を持つシステムの構造は無閉路有向グラフで表現される。Kernighan の一列化グラフの最適系列分割の考えをこのようなシステムに一般化できれば、より広範で興味ある問題を取り扱うことができる。このような方向の研究は従来まだ行われていない。
- (2) Kernighan の最適系列分割問題の算法が今後の研究展開で演ずる基本的な役割にかんがみ、その具体的で詳細な計算量や、それから導かれる動作特性について、より深い検討が必要である。
- (3) 最適性の原理が適用可能であるとき、最適性の原理と分枝限定法における優越関係には大きな共通点があり、動的計画法の計算手順は分枝限定法による構成法の一種であると見なされる。この観点に立てば、Kernighan の算法は必ずしもその探索法および限定操作の構築において最良の方策をとっているわけではなく、さらに改善の余地が残されている。
- (4) 無閉路有向グラフ上で系列分割を定義し、最適系列分割を正確に定式化するための数

学的な準備と理論展開が必要である。その上で厳密解を求める算法を構築しなければならない。

- (5) 無閉路有向グラフの最適系列分割問題は計算困難な問題に属し、厳密解法の計算時間が実際的な計算時間内で終了しない場面が当然考えられる。これに対応するため、ヒューリスティックな知識を用いたメタ戦略に基づく近似解法の採用が必要となる。しかし、この問題では分割数やブロック・サイズは決定されるべき変数で予め推定不能な量であり、これがメタ戦略で必要とされる有効な解の近傍構成を難しくしている。これを何らかの方法で解決しなければならない。

第2章では、基本となる組合せ最適化問題に対する各種の解法の概要を説明し、本論文で必要となる基本知識を総括している。

第3章では、本研究の出発点となる一列化グラフの最適系列分割問題、すなわち、連続的な頂点番号を保持した一列化グラフの多分割問題に対するKernighanの研究を総括し、本研究への起点としている。

第4章ではKernighanの最適系列分割問題をより多次元化した無閉路有向グラフの最適系列分割問題に拡張し一般化する。この問題は先行順位関係をもつ要素をその先行順位の制限を無視することなく、いくつかのブロックに配置する問題であり、その問題を定式化するために必要な数学的準備を行うとともに系列分割の特性について論じている。

第5章ではKernighanの一列化グラフの最適系列分割問題の解法に対する理論的かつ実験的な特性評価を行うとともに詳細な検討を行っている。さらに、この検討結果をもとに、最良下界探索法、レベル順探索法、および細分化禁止則などを組み込んだ、分枝限定法に基づく算法を構成し、その有効性を数値実験により検証するとともに、無閉路有向グラフの最適系列分割問題への寄与を意図している。

第6章では、本来計算困難な無閉路有向グラフの系列分割問題に対して、グラフが並列構造を有するとき実用時間内で計算可能な厳密解法を提案している。さらに、要素間に先行順位をもつシステムにおいて並列構造が顕著に認めらるとき、この算法が十分実用に耐えることを数値実験により明らかにしている。

第7章では、ランダムな無閉路有向グラフに対しても、実用時間内で計算可能な解を求めるために、従来の近似解法を超えたパラダイムとして注目を浴びているメタヒューリスティックによって近似解を求めている。まず、そのパラダイムの一つであるTabu Search法の適用を試みている。この系列分割問題では、その特徴として分割数などが不定であり、これが、解の近傍移動などの処理を複雑にすることによって、標準的なTabu Search法による解法の構成を難しくしている。そこで、近傍移動の設計では頂点の多重的移動による多様性と部分的最適化による収束性の強化を取り入れた複合移動を実現し、効率的なTabu Search法によるアルゴリズムを提案している。さらに、Tabu Search法の局所解に落ち込みやすい欠点を補うため、確率的な要素を取り入れた複合移動を用いるSimulated Annealing法によるアルゴリズムを提案している。そして、それらの有効性を数値実験で検証している。

第8章では、本研究の全体的なまとめと今後の研究課題について論じている。

# 学位論文審査の要旨

主査教授 大内 東  
副査教授 宮本 衛市  
副査教授 嘉数 侑昇  
副査教授 和田 充雄

## 学位論文題名

### 無閉路有向グラフの最適系列分割問題に関する研究

近年、組合せ最適化問題の一つとしてグラフ分割問題の研究が多くの工学分野で活発に行われている。しかし、先行順位関係をもつシステムを対象とした無閉路有向グラフ上での系列性を保持した分割問題に関する研究は、問題のモデル化、およびその解法を含めこれまで研究がなされていなかった。

本論文は、無閉路有向グラフの最適系列グラフ分割問題を、モデル化し、系列分割の数理的特性を明らかにし、さらに、厳密解法および有効な近似解法の開発の研究成果をまとめたものである。

本論文は、全8章から構成されている。以下にその概要を述べる。

第一章は序論であり、本研究の背景を説明するとともに、本研究の目標である検討課題を次のように整理している。

- (1) 要素間に先行関係を持つシステムの構造は無閉路有向グラフで表現され、この上の最適系列分割の考えは、より広範で興味ある問題を取り扱うことができる。このような方向の研究は従来まだ行われていない。
- (2) Kernighan による一列化グラフの最適系列分割問題の算法が一般化した無閉路有向グラフの最適系列分割の研究で演ずる基本的な役割にかんがみ、その計算量や動作特性、およびその改善についての検討が必要である。
- (3) 無閉路有向グラフ上で系列分割を定義し、最適系列分割を正確に定式化するための数学的な準備と理論展開が必要である。
- (4) 無閉路有向グラフの最適系列分割問題に対する厳密解を構成し、その有効性と限界を把握しなければならない。
- (5) 無閉路有向グラフの最適系列分割問題は計算困難な問題に属し、厳密解法の計算時間が実際的な計算時間内で終了しない場面が考えられる。これに対応するため、ヒ

ユーリスティックな知識を用いたメタ戦略に基づく近似解法の開発が必要となる。

第2章では、基本となる組合せ最適化問題に対する各種の解法の概要を説明し、本論文で必要となる基本知識を総括している。

第3章では、本研究の出発点となる一列化グラフの最適系列分割問題の研究を総括し、本研究への起点としている。

第4章では、一列化グラフの最適系列分割問題を多系列化した無閉路有向グラフの最適系列分割問題に拡張している。また、その問題を定式化するために必要な数学的準備を行うとともに系列分割の特性について論じている。

第5章では、Kernighanの一列化グラフの最適系列分割問題の解法に対する理論的かつ実験的な特性評価を行うとともに詳細な検討を行っている。さらに、分枝限定法による改善解法を提案し、無閉路有向グラフの最適系列分割問題への寄与を意図している。

第6章では、本来計算困難な無閉路有向グラフの系列分割問題に対して、グラフが並列構造を有するとき実用時間内で計算可能な厳密解法を提案している。さらに、要素間に先行順位をもつシステムにおいて並列構造が顕著に認められるとき、この算法が十分実用に耐えうることを数値実験により明らかにしている。

第7章では、ランダムな無閉路有向グラフに対しても、実用時間内で計算可能な解を求めるために、メタヒューリスティックによる Tabu Search 法と Simulated Annealing 法の 2 つの近似解法を提案している。この系列分割問題は、その特徴として分割数などが不定であり、これが、解の近傍移動などの処理を複雑にしている。そこで、多様性と収束性の強化を取り入れた複合移動を開発し、これを用いて、Tabu Search 法と Simulated Annealing 法を構成している。そして、両解法の有効性を数値実験で検証した結果、並列構造を有するグラフに対しては Tabu Search 法が有効であり、ランダム構造を有するグラフに対しては Simulated Annealing 法が有効であるとの結論を得ている。

第8章では、本研究の全体的なまとめと今後の研究課題について論じている。

これを要するに、著者は、新しく無閉路有向グラフの最適系列分割問題を提案し、モデル化するとともに、有効な解法を開発し、その諸特性の分析を通して、組合せ的複雑系の最適化問題の研究において新知見を得たものであり、システム情報工学、および複雑系工学の進歩に寄与するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。