

学位論文題名

非カオス領域における非線型共振回路の
不確定遷移に関する研究

学位論文内容の要旨

非線型力学の問題は、今世紀中頃から急速に大きな関心を集めている。非線型力学の取り扱いが物理学・化学の枠を越えて生物学・経済学などへ盛んに応用されている現状からも分かる通り、この扱いは広範囲の分野の非線型現象解明の糸口を与えてくれるものと期待されている。とりわけ非線型振動の研究は多くの分野に共通する重要な課題と認識されている。近年、非線型現象の中でヒステリシスを伴うジャンプ現象に関して新しい発見がなされた。従来非線型共鳴におけるジャンプ現象は、ランダムな要素を含まない確定した現象と考えられてきた。しかし、多重安定状態を取りうる系に於いてジャンプが生じる場合、その遷移先が一意に定まらない不確定遷移が起こり得ることが Thompson と Soliman の数値解析によって指摘された。このことは、非線型共鳴というありふれた決定論的現象に不確定な要素が入り込むことであり、工学的な立場から重要な問題である。

本論文は8章から構成されている。第1章で序論を述べた後、第2章において、非線型強制振動子の共鳴現象の特質について述べた。非線型振動の解析手法の一つである摂動法を簡単に説明し、簡単な解析を通して、不確定遷移現象の解析には摂動法が無効であることを示した。

第3章では本研究で用いた解析手法の説明を行った。遷移先を決定するのは安定な周期軌道の吸引域構造である。それを解析するには、サドル周期軌道の安定多様体・不安定多様体と、Poincaré 写像を中心に説明した。両者は力学系を研究する手法の中で、もっとも強力な部類に属する。そして、本研究における不確定遷移の解析には不可欠な手法である。また、多様体を数値計算によって算出する手法についても述べた。

第4章ではダイオードを含む共振回路で観測された不確定遷移について述べた。不確定遷移を実験的にによって観測することに成功したのは、本研究が最初である。ダイオード接続したバイポーラトランジスタ、抵抗 (50Ω)、インダクタ ($330\mu\text{H}$) を直列に接続した共振回路において、主共鳴の他に豊富な二次共鳴が観測された。更に、主共鳴だけでなく二次共鳴にもヒステリシス・ループがあらわれ、その一部分が重なり合うことを明らかにした。この多重安定状態でジャンプが生じると、遷移先の候補として二つの周期軌道が存在すること、それら二つの周期軌道への遷移がランダムに発生することを見いだした。

第5章ではダイオード共振回路の非線型共鳴特性をシミュレーションによって再現できることを明らかにした。実験で観測されたランダムな遷移が外部雑音によるものではなく、何らかのメカニズムに起因することを明らかにするためには数値シミュレーションによる解析が必要である。この章では、戸田振動子モデルが、ランダムな遷移を含めたダイオード共振回路における非線型共鳴特性をよく再現することを明らかにし、戸田振動子が不確定遷移のメカニズムの解析モデルとして十分であることを示した。

第6章では、戸田振動子を用いた数値シミュレーションによって、不確定遷移を引き起こすメカニズムについて詳しく解析を行った。ここでは、第3章で説明したサドルの安定・不安定多様体を中心に解析を行った。まず、二つのサドル周期軌道の安定・不安定多様体がヘテロクリニックに交わることによって生じることを明らかにした。その結果、遷移先の安定なブランチの吸引域が微細構造をとり、それが不確定性を生み出す原因であることを明らかにした。また、ホモクリニックな交わりが存在しないことを示し、不確定遷移を引き起こすメカニズムにおいて本質的な役割を果たすのがヘテロクリニックな交わりであることを明らかにした。これは、Thompson と Soliman が提唱したヘテロクリニックとホモクリニックな交わりが原因とするメカニズムとは異なる新しいものである。

第7章では、第6章の解析結果から、不確定遷移を制御するための二つの方法について述べた。不確定遷移の発生はヒステリシス・ループの重なり合いに端を発するので、その重なりを回避すれば、不確定遷移も回避できる。一般に、簡単な振動系をコントローラとして共振系に接続すれば、共振系の共振周波数がシフトすることが知られている。そこで、ダイオード共振回路においてコントローラを接続する手法を試み、その結果、弱い結合で主共鳴周波数が高周波数側にシフトすることを数値解析により確認している。二つめは、吸引域の微細構造に関するものである。吸引域の微細構造は、ドナーの不安定固有値をもつ縮小写像で特徴つけられる非フラクタルな構造であり、微細構造はドナーの近傍のみに限定された。したがって、どれだけドナーから遠ざかれば、吸引域が考えられる雑音よりも大きな構造を取るのかを推定できれば、不確定遷移の制御に重要な情報を提供することができる。ドナー近傍の吸引域構造を解析した結果、その情報を得ることに成功し、また、雑音を取り入れた数値解析から、その推定が十分に活用できることを確かめた。

第8章では全体をまとめ、本研究の成果を次のように結論した。1. 不確定遷移を初めて観測することに成功したこと。2. 不確定遷移の新しいメカニズムを発見したこと。更に、本研究で明らかにしたメカニズムによる不確定遷移は、制御が可能であることも示した。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 榎 戸 武 揚
副 査 教 授 成 田 正 邦
副 査 教 授 武 藤 俊 一
副 査 助 教 授 郷 原 一 寿

学 位 論 文 題 名

非カオス領域における非線型共振回路の 不確定遷移に関する研究

非線型力学の問題は、今世紀中頃から急速に大きな関心を集めている。非線型力学の取り扱いが物理学・化学の枠を越えて生物学・経済学などへ盛んに応用されている現状からも理解されるように、この取り扱いは広範囲の分野の非線型現象解明の糸口を与えてくれるものと期待されている。とりわけ非線型振動の研究は多くの分野に共通する重要な課題と認識されている。近年、非線型現象の中でヒステリシスを伴うジャンプ現象に関して新しい発見がなされた。従来非線型共鳴におけるジャンプ現象は、ランダムな要素を含まない確定した現象と考えられてきた。しかし、多重安定状態を取りうる系に於いてジャンプが生じる場合、その遷移先が一意に定まらない不確定遷移が起こり得ることが Thompson と Soliman の数値解析によって初めて指摘された。このことは、非線型共鳴というありふれた決定論的現象に不確定な要素が入り込むことであり、工学的な立場から重要な意味合いを持つ課題である。

本研究では、ダイオードを含む非線型回路における共鳴現象を対象として、上述の不確定遷移が生じることを、実験で初めて観測することに成功している。即ちダイオード接続したバイポーラトランジスタ、抵抗 (50Ω)、インダクタ ($330 \mu\text{H}$) を直列に接続した共振回路において、主共鳴の他に豊富な二次共鳴が観測され、更に主共鳴だけでなく二次共鳴にもヒステリシス・ループがあらわれ、その一部分が重なり合うことを明らかにしている。この多重安定状態でジャンプが生じると、遷移先の候補として二つの周期軌道が存在すること、それら二つの周期軌道への遷移がランダムに発生することを見いだしている。しかし、多重安定状態でのジャンプがすべて不確定になる訳ではなく、遷移先の確定したジャンプも同時に観測されることから、不確定遷移は外部からの雑音の原因ではなく、何らかのメカニズムに起因するものとして、これを解析によって明らかにしている。

著者は戸田振動子モデルを用いて数値シミュレーションを実施し、ヒステリシス・ループの重なり存在とその間に不確定遷移が生じ得ることを明らかにした。また、各周期軌道のアトラクタが実験結果とよく一致していることから、戸田振動子モデルは、不確定遷

移を解析するモデルとして十分有効であることを確認している。この不確定のメカニズム解析のため、ジャンプ現象前後の吸引域構造と多様体の解析を行い、ジャンプの生じる直前には、主共鳴・二次共鳴・非共鳴状態の三つの安定な周期軌道が共存していることと、二つのサドル周期軌道が共存していることを明らかにした。この二つサドル周期解の安定・不安定多様体にヘテロクリニックな交わりが生じていることを確認している。主共鳴状態と対消滅するサドルがドナーであり、二次共鳴状態と非共鳴状態の吸引域を分離するサドルがアクセプタである。ヘテロクリニックな交わりは、ドナーの不安定多様体とアクセプタの安定多様体の間で生じる。この交わりによって、ドナーの近傍にのみ、吸引域の微細構造が形成される。ジャンプ現象は、安定な周期軌道とサドル周期軌道が対消滅して生じるものである。主共鳴状態はドナーと対消滅するので、主共鳴からの遷移現象は吸引域の微細構造の中から開始する。このとき、二次共鳴状態と非共鳴状態のどちらの吸引域から遷移が開始するのかが確定できない。即ち、この吸引域の微細構造が不確定遷移の根源である。この吸引域構造は、解析結果からドナーの不安定固有値で決定される微細構造をもつ、非フラクタルな構造であることが理解される。

更に、上記の解析結果から、不確定遷移を制御するための方法についても言及し、次の二つが考えられるとしている。不確定遷移の発生はヒステリシス・ループの重なり合いに端を発するので、その重なりを回避すれば、不確定遷移も回避できる。一般に、簡単な振動系をコントローラとして共振系に接続すれば、共振系の共振周波数がシフトすることが知られていることに着目し、ダイオード共振回路においてコントローラを接続する手法を試み、その結果、弱い結合で主共鳴周波数が高周波数側にシフトすることを数値解析により確認している。二つめは、吸引域の微細構造に関するもので、吸引域の微細構造は、ドナーの不安定固有値をもつ縮小写像で特徴づけられる非フラクタルな構造であり、微細構造はドナーの近傍のみに限定される。したがって、どれだけドナーから遠ざかれば、吸引域が考えられる雑音よりも大きな構造を取るのかを推定できれば、不確定遷移の制御に重要な情報を得ることが出来るため、ドナー近傍の吸引域構造を解析し、その情報が得られることを示している。また、雑音を取り入れた数値解析から、その推定が十分に活用できることを確かめている。

本研究では、Thompson と Soliman が数値解析によって見いだした不確定遷移の存在を、ダイオード非線型共振回路をもちいて実験的に初めて観測することに成功している。更にそのメカニズムを戸田振動子モデルを用いて解析し、その不確定性遷移はヘテロクリニックな交わりを主な原因とするシナリオを明らかにしている。これはホモクリニックな交わりを主な原因と考える Thompson と Soliman とは異なる新しいシナリオである。更に、不確定遷移が制御可能であることにも言及している。

これを要するに、著者は決定論的非カオス領域における非線型共振回路において、広範囲な非線型現象の解明に糸口を与える、不確定な状態をとる新たな現象について多くの新知見を得たものであり、非線型工学に対して貢献するところ大なるものがある。

よって、著者は、北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。