学位論文題名

Quantization of Generalized Chern-Simons
Actions in Two Dimensions

(2次元における一般化されたチャーン-サイモン作用の量子化)

学位論文内容の要旨

重力理論の量子化は素粒子論における重要な問題の一つである。Witten は三次元のアインシュタイン重力がある適当なゲージ代数をとった Chern-Simons 理論によって記述され得ることを示した。三次元における Chern-Simons 重力理論の重要な特徴はその理論が力学的な自由度を含まない、即ちトポロジカルだということである。

数年前、Kawamoto と Watabiki は Chern-Simons 理論を任意の次元に拡張した理論(一般化された Chern-Simons 理論)を提唱した。その理論の作用は従来の Chern-Simons 作用と同じ代数的構造を持ち、時空の計量に依存しない。しかし任意の次元に拡張するために、可能な全ての階数の反対称テンソル場を含む一般化されたゲージ場が導入されている。その結果、理論のゲージ対称性は従来のゲージ理論のものに比べて非常に大きい。古典論の範囲内では既にこの一般化された Chern-Simons 理論についていくつか研究がなされており、二次元、三次元及び四次元ではこの理論によってトポロジカルな重力理論が記述され得るということが示されている。

この論文において我々は一般化された Chern-Simons 理論の量子化を二次元において行う。まず、ゲージ代数として非可換代数をとったときに一般化された Chern-Simons 理論は二つの特徴を持っていることを示す。その特徴の一つは理論のゲージ対称性が無限階可約であることである。無限階可約なゲージ対称性を持つ理論としては、超対称性を持つ粒子の理論と同じく超対称性を持つ弦の理論などが今までに知られている。特徴の二つ目はこの理論から現れる拘束条件が正則ではないということである。これらのために、可約なゲージ対称性を持つ理論を量子化する方法として知られている Batalin-Vilkovisky のラグランジュ形式及び Batalin-Fradkin-Vilkovisky のハミルトン形式がこの理論に対して適用できるかどうかは明白ではない。

我々はまずラグランジュ形式による量子化を行う。Batalin と Vilkovisky の方法に従うと、ゲージ対称性の無限階可約性に対応して無限個のゴースト場を導入し、マスター方程式を解かなければならないのだがそれを解くことは非常に困難である。我々はこの理論において重要な役割を果たしている一般化されたゲージ場を用いて無限個の場を統一的に扱い、マスター方程式を直接解かずにその解を得る方法を示す。その解は無限個の場を含んだ一般化されたゲージ場によって定義された Chern-

Simons 形式である。これによって全ての場に対する BRST 変換が定義され、BRST 変換の下で不変なゲージ固定された作用を作ることが可能になる。

さらにハミルトン形式による量子化を行う。ハミルトン形式を用いることにより、この理論の拘束条件と物理的な自由度の数がより明確に理解される。拘束条件の取り方は一通りではないのだが、正則でない拘束条件をとったときに、ハミルトン形式を用いて得られるゲージ固定された作用がラグランジュ形式の結果と一致することを示す。この場合においても、無限個のゴースト場を一般化されたゲージ場を用いて統一的に扱うことが可能である。ここで示される重要な点の一つは、BRST 変換の生成子が奇数次元で定義されたフェルミオニックな一般化された Chern-Simons 形式によって与えられることである。

我々はさらに、ゲージ固定された作用を用いて一般化された Chern-Simons 理論の摂動的な解析を行う。無限個の場による寄与を適当に正則化することにより、この理論は紫外発散を持たないことを示す。特に、トポロジカルな理論であることを反映して分配関数は 1 になる。また場の数が無限個であることに起因する無限大の量が現れるのは、非物理的な相関関数においてだけであることも示される。

最後に、ここで用いた量子化の方法が 4 次元の一般化された Chern-Simons 理論に対しても有効であることを示す。その結果、この方法は任意の偶数次元において適応できると思われる。

学位論文審査の要旨

主査 教授 石川 健三
副査 教授 河本 昇
副査 教授 和田 宏
副査 講師 末廣 一彦

学位論文題名

Quantization of Generalized Chern-Simons Actions in Two Dimensions

(2次元における一般化されたチャーンサイモン作用の量子化)

奇数次元で定義されたチャーンサイモンゲージ理論は物理学で多くの応用を持つトポロジカルな場の理論の一つであるが、偶数次元に拡張するのは自明でない。偶数次元に拡張できれば、現実世界での重力理論に適用される可能性を持つ興味深いものである。古典論の範囲で偶数次元に拡張された一般化されたチャーンサイモンゲージ理論で重力の古典論への応用が議論されてきたがその量子論としての議論は今までなされていない。著者は本論文で2次元における一般化されたチャーンサイモン作用の量子化を行ない、この理論の量子論としての説明を行なった。

アインシュタイン重力理論は非線型性が強く量子論として摂動論的に定式化したさい、繰り込み可能な理論となってしまうため、有意味な量子論を構築するのには困難である。紫外領域での振舞いを極端に弱くした、トポロジカルな場の理論は通常の場合のみならず、異なる微少振動の自由度を持たず、時空や力学変数の大域的性質にのみ依存する性質を持つ力学的系を適切に選ぶことにより、重力理論と同様に、紫外発散に起因する困難を伴うことなく、その困難の無い理論として量子重力理論の構成が可能であり、興味深いものである。本研究で取り扱われる偶数次元場の一般化されたチャーンサイモン作用は、重力場等とのボソン場だけでなくフェルミ場をも含む代数構造が複雑であり、通常のゲージ理論より大きな対称性や複雑な代数的構造は力学変数への無限階可約な拘束条件として現われる。著者は無限階可約なゲージ対称性を持つこの力学系を、Batalin-Vilkoviskyによるハミルトン形式とBatalin-Fradkin-Vilkoviskyによるラグランジュ形式とで量子化を行ないその性質の説明を行なった。

量子化に際して生ずる一つの困難は、無限階可約なゲージ対称性を持つことに対応した無限個のゴースト場が現われ、それらのマスター方程式を解くのが難しいことである。ラグランジュ形式で著者は一般化されたゲージ場を使って無限個の場を統一的に取り扱い、マスター方程式を解かずとも同等のことが行なえることを示した。一般化されたゲージ場はやはりチャーンサイモン作用で記述され、これが従うBRST変換が定義され量子化が行なえることが示された。ハミルトン形式でも同様なことが示された。

さらに、量子論として定義された以上の結果に基づき、摂動論に基づき解析がなされた。当初の目論み通り、この理論が紫外発散を持たないことが確かめられると共に、トポロジカルな重力理論であることを反映して分配関数が一であり、物理量が有限な値をとることが示され、矛盾の無い量子論が出来上がっていることが示された。

これを要するに、著者は2次元における一般化されたチャーンサイモン作用の量子化を行ない、これが紫外発散を持たず、分配関数が1であるトポロジカルな重力理論であることを確かめた。これは場の理論の理解に対して貢献するところ大なるものがある。よって著者が北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。