

## 多領域中性子拡散問題に対する階層領域分割型

### 境界要素法解析

#### 学位論文内容の要旨

中性子拡散方程式は中性子輸送方程式の近似方程式である。大型熱中性子炉や高速増殖炉の場合には、簡単で実用上十分な精度が得られるので、原子炉内の中性子場を記述する方程式として広く使用されている。コンピュータを用いて中性子拡散方程式を解くための多くの技法が開発されているが、それらの多くは領域型解法に基づいた有限差分法や有限要素法などである。有限差分法および有限要素法は極めて強力な数値解析法であるが、対象領域全体を差分格子点や有限要素に分割する必要があるため、このため取り扱う方程式の次元が大きくなるものとなる。これに対して、境界要素法は、対象領域の物質組成が均質であれば、支配微分方程式をこれと等価な境界上の積分として定義される境界積分方程式に変換し、境界表面を境界要素法で離散化することによって数値解を求める。つまり、問題の次元を一つ下げて取り扱うことができる。本論文では、商用原子炉のような構造を持つ多領域問題に適用できる境界要素法を開発し、開発した手法をテストモデルやベンチマーク問題に適用することによる有効性の評価を行う。

本論文は 11 章から構成されており、各章の概要は以下の通りである。

第 1 章では、研究の背景と目的について述べた。1985 年に板垣正文は境界要素法を一般の中性子拡散方程式(固有値問題)に初めて適用した。板垣は、境界要素法によって中性子増倍率(臨界固有値)を求める方法として、零行列式探索法と中性子源反復法の二通りを提案した。零行列式探索法には物理的に意味のある固有値に必ずしも収束するとは限らないという欠点がある。このことは、零行列式探索法を中性子拡散問題へ適用することを困難にする。また、中性子源反復法を境界要素法に組み込む場合は、領域の数の多い問題を解くことが現状では困難である。商用原子炉の炉心は多領域から構成されており、したがって実用的原子炉解析の観点から、この問題の解決が強く望まれていた。本論文は、この問題に対して、階層領域分割型境界要素法という新しい手法を提案するものである。

第 2 章では、領域分割法と階層領域分割型境界要素法の概要を記述した。本手法は領域分割法と境界要素法を組み合わせた方法であり、計算は 2 つの階層演算構造からなる。下位層では、各均質領域の中性子拡散方程式を、与えられた外部境界条件と仮定された中性子増倍率と各領域間の境界条件のもとで、境界要素法によって解く。上位層では、仮定された中性子増倍率と内部境界の境界条件を、領域境界上の中性子束と中性子流の連続性が満足されるようにニュートン法による修正を行う。この両方の連携した計算を、収束が得られるまで繰り返される。本手法では、解析対象の系を均質領域に分割し、それぞれの領域で独立して計算すること、計算を 2 つの部分で階層的に解くことから、「階層領域分割型境界要素」と呼ぶことにした。

第 3 章では、多領域系中の一つの領域に注目してその領域の中性子拡散方程式に対応する境界積分方程式を導出する。境界要素法では、境界積分方程式を支配方程式の重み付き

残差表現から導くのが通例である。この通例に従い、Helmholtz 方程式の基本解を重み関数として用いた中性子拡散方程式の重み付き残差式から導出する方法について概説する。また、Green の第 2 公式から境界積分方程式を直接に導く手法についても記述する。

コンピュータによる数値解析のために境界積分方程式を離散化する必要がある、第 4 章では離散化及びそれに伴い数値的な扱い方法について説明した。

第 5 章では、仮定された中性子増倍率や領域間の共通境界上の境界条件のニュートン法による修正法について説明する。この修正法は、階層領域分割型境界要素法の計算手法としての実行可能性を決する心臓部にもあたる重要な部分である。

第 6 章では、階層領域分割型境界要素法が中性子拡散問題に対する計算手法として成立可能であるのか、また計算手法としてどのような特性を持つのかを調べる。この目的で、領域分割技法と階層演算構造を組み合わせた本手法を、3 次元であるが極めて単純な 2 領域系の中性子拡散問題の固有値問題に適用し、解析できることを初めて確認した。

第 7 章では、さらに領域数の多い問題に本手法を適用して、その適用可能性とその際の技術的問題点を調べた。

第 8 章では、階層領域分割型境界要素法の原子炉解析としての実用性を調べる目的で、BIBLIS 問題と 2D-IAEA ベンチマーク問題に適用した。これらのベンチマーク問題は中性子拡散問題の数値解法研究のために提案された問題であり、諸外国の様々な機関による様々な数値解法による解析結果が公表されている。これらのベンチマーク問題を階層領域分割型境界要素法で解き、他の解析方法の結果との比較から、本手法の原子炉解析手法としての実用性を実証した。

階層領域分割型境界要素法は中性子拡散問題の固有値問題ばかりでなく、原子炉解析の他の分野にも適用できるなどの広い応用範囲をもっている。それらは、高次固有値および高次モードの解析と臨界近接解析なども可能である。中性子拡散方程式の高次モードの応用例を第 9 章に、臨界近接解析に関する応用例を第 10 章に述べた。

第 11 章では、本研究で開発した手法の特性と得られた成果をまとめた。

本研究では、多数の領域を含む多領域中性子拡散問題に適用できる階層領域分割型境界要素法を開発した。炉心の領域分割と計算の階層構造によって、中性子拡散問題を各領域の中性子拡散方程式を境界要素法によって解く小規模な問題の集まりに変換できる。このことにより、本手法は、在来の境界要素法では難しかった多数の領域からなる問題を簡単に扱える。加えて、計算に必要な記憶領域量を在来の境界要素法よりも少なくすることができる。本手法は、領域ごとに境界要素法の計算が独立化できるため、「未来の計算手法」と言われる並列計算に適したアルゴリズム構造を持つ。この手法は、最大固有値（中性子増倍率）以外に高次モード固有値を探索することができ、また、臨界近接計算もできる利点を有することを確認した。本手法の開発によって境界要素法をかなり多数の領域を含む問題にも適用可能となった。このことは、原子炉解析での広い分野の問題も扱えるため適用範囲が飛躍的に広がることを意味する。本研究は、中性子拡散問題に対して実用に耐える解析技術を提供したことになり、この意義は大きいと考えられる。

# 学位論文審査の要旨

主 査 教 授 成 田 正 邦  
副 査 教 授 熊 田 俊 明  
副 査 教 授 榎 戸 武 揚  
副 査 助 教 授 板 垣 正 文

学 位 論 文 題 名

## 多領域中性子拡散問題に対する階層領域分割型 境界要素法解析

原子炉内の中性子場を記述する方程式として中性子拡散方程式がある。この方程式を電子計算機を用いて解くには、従来より有限差分法や有限要素法が利用され、この場合は、対象領域全体をメッシュや有限要素に分割する必要がある。これに対して、境界要素法では、支配微分方程式をこれと等価な境界積分方程式に変換し、境界表面のみを離散化して数値解を求めるものであり、解析モデルの作成と修正が容易である等の利点を有する。板垣は、境界要素法を中性子拡散問題に適用し、一定の成果を挙げたが、現在のところ、商用原子炉のように多数の領域からなる問題への適用が困難である。本研究では、この困難を解決する一方法として、「階層領域分割型境界要素法」という新しい手法を提案している。

本論文は11章から構成されており、第1章の序論に続く第2章では、この手法の概要について述べている。この手法では多領域問題を上下2つの階層に分けて解析する。上位層では、ニュートン法を用いて実効増倍率と複数領域間の境界（内部境界）条件を中性子束と中性子流が連続となるように修正し、下位層では、上位層で修正した実効増倍率と内部境界条件に基づき、個々の領域で境界積分方程式を解く。下位層の計算結果により、さらに上位層と下位層を連携させた計算を反復させ、収束解を得ることがこの手法の骨子である。

第3章では、多領域系中の一つの領域に注目し、その領域の中性子拡散方程式に対応する境界積分方程式を導出している。また、第4章では、電子計算機による数値解析に必要な境界積分方程式の離散化および数値技法について述べている。さらに、第5章では、階層領域分割型境界要素法の具体的な手順について、詳細な数学的定式化を与えている。

第6章では、単純な2領域系の固有値問題に本手法を適用し、メッシュ分割による差分法の結果との比較から本手法の妥当性を検証している。さらに、第7章では、実用性を確

認するため比較的領域数の多い問題を取り上げて検証を進め、また、第8章では BIBLIS 問題、IAEA 問題等の国際ベンチマーク問題を解き、それぞれ、収束安定性、数値解の精度について良好な結果を得ている。

第9章では、実効増倍率（最大固有値）以外に高次モード固有値の探索にも本手法が有効であることを数値計算によって実証し、さらに第10章では、燃料濃縮度や制御棒位置等をパラメータとした臨界調整計算にも活用できることを示し、本手法が幅広い利点を有することを実証している。

第11章では、与えられた問題を小規模問題の集まりに変換して解く本手法によれば、従来の境界要素法では困難であった多数領域の問題が容易に解け、必要な計算機容量も低減されることを結論付けている。また、同時に、本手法は並列演算に最適なアルゴリズム構造をしていることから、近い将来、その導入により計算時間を一層格段に削減できる見通しを示している。

これを要するに、著者は階層分割型のアルゴリズムを境界要素法に導入して原子炉解析への境界要素法の適用範囲、実用性を飛躍的に拡大させたものであり、原子力工学および数値解析学の発展に寄与するところ大である。

よって著者は、北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。