

学位論文題名

共振器法によるプラズマ計測に於ける
境界要素法解析手法に関する研究

学位論文内容の要旨

工学問題の多くは偏微分方程式で記述される場の支配方程式と場の満たすべき境界条件で表される。形状が簡単なモデルでは、固有関数による展開あるいは座標変換等を用いて解くことが可能であるが、形状が複雑になると、境界あるいは領域を離散化して計算機を用いた数値解析法に頼らざるを得ず、近年この数値解析手法が急速に進展している。

この数値解析は大きく分けて領域法と境界法に分類される。前者は差分法や有限要素法で代表されるように領域内の節点と呼ばれる代表点に対して、差分の原理あるいは最小作用の原理を適用させる直接的な解法である。一方、後者に分類される境界要素法は、境界のみに節点を取り、グリーン関数を用いて境界と別の境界上の節点の結合から、まず、境界積分方程式を導き、その方程式を解いて境界上の解のみを求め、その後で、領域内の場を求める間接的な手法である。

従って、境界要素法に代表される境界法は領域法に比べ、解析次数が次元低くなることから、計算機の主記憶容量の少なさと計算時間の短さの両面で勝っており、更に、境界上の節点同士を直接結合するため精度も良いとされている。しかしながら、境界要素法はアルゴリズムの複雑さ、不均質問題への適用の難しさ等の欠点があり、例えば核融合の計算コード等には未だ採用されていない。

しかし、今後ますます大規模な計算コードが必要とされるのは明らかであり、計算コストと精度の面で有効な境界要素法の適用の利点は大きい。

プラズマと電磁波の相互作用には、屈折、損失、分散、共鳴、異方性、非線形等の解析における、種々の問題があり、さらにプラズマ自身が密度分布を有する不均質媒質であるので問題はより複雑となる。これらは支配方程式の選択、境界条件の決定等の解析モデルにより、どの問題が解析できるかが決定される。

本論文では、媒質定数の測定、とりわけプラズマ定数の測定に有効な、開放型共振器を対象として、媒質を含む共振器内の電磁界を境界要素法により解析した。

以下、本論文で取り上げた問題点とその解決法に着目し、各章の概要を述べる。

第1章では、境界要素法の有する利点と欠点、さらにプラズマ解析に応用する場合の問題点等の背景と当面の課題について述べた。

第2章では、境界要素法の一般論について、第3章では、解析対象とした非磁化プラズマを含む開放型共振器と、境界条件について説明を行なった。

第4章では、開放型問題に対する境界要素法の扱いを示すが、特にポアソン方程式の開放型問題では、一般に使われている基本解を用いると、誤った解を与えることを明らかにし、グリーン関数に含まれる未定係数に、遠方の境界条件を組み込むことにより、正しい

解を導けることを示した。

第5章では、開放型楕円筒ファブリペロー共振器に導波管を結合したモデルについて、共振特性を、ヘルムホルツ方程式に対する境界要素法により求め、既の実験により得られている共振特性との一致を示した。さらに、実験では得ることが出来ない内部電界分布を境界要素法解析により求め、開放型共振器の共振のメカニズムを初めて詳細に示した。このとき、有限の導電率の金属板に対する境界条件を採用し、その有効性を示すとともに、開放型共振器の場合には、開口部からの放射損失が支配的になるため、通常は有限の導電率の金属板に対する境界条件の考慮は不要であることを示した。

第6章では、プラズマを含む共振器を例にとり、多媒質問題における非物理解の除去に関して論じた。共振器中の特定の空間にプラズマがある場合は、真空領域とプラズマの二媒質問題となり、プラズマの表面上での電界・磁界の連続条件を置くことにより、解けるはずである。しかしながら、このようにプラズマ等の媒質を異なる媒質が取り囲む問題に、境界要素法解析を適用した場合には非物理解が混入することが知られている。誤った解である非物理解と正しい解の区別は困難であったが、方程式の解きやすさを示す条件数を用いることにより、区別が可能であることを明らかにした。その結果、非物理解の原因は、境界積分方程式中に現れる内側媒質と外側媒質との境界面の積分に起因していることを明らかにした。さらに、取り囲んでいる媒質を仮想的な境界で、複数領域に分割する仮想境界分割法を提案し、非物理解の除去法として有効な手法であることを示した。

第7章では、この仮想境界分割法を用いて、平板状非磁化プラズマを含むファブリペロー共振器の解析を行い、共振器法によるプラズマ密度の推定が可能であることを示した。さらに、プラズマに損失を持たせた解析も行い、 Q 値の変化から衝突周波数の推定も、共振器法により可能であることも示した。

第8章では、境界要素法では困難とされていた不均質問題の例として、密度分布を有する不均質プラズマを例に取り、二種類の境界要素法解析を適用する。一方は、不均質項をソース項とみなす領域積分を含んだ比較のための解法で、有限要素法や差分法のような領域法の一つと見做すことが出来る。この解法では、正しい解は得られるが、境界法が有する計算コストの低減が損なわれる。本研究では、新たに、フェルマーの原理に基づき基本解の振幅と位相を補正する近似解法を提案した。この近似解法では、プラズマ内部での散乱を考慮していないにも関わらず、共振特性の位相等において広い密度範囲に亘って有効な手法であることを示した。さらに、境界上の積分のみで解くことが出来るので、境界要素法の有する低計算コストの利点を損なわないことを示した。

第9章では、二次元波動方程式の時間増分型境界要素法の解の安定性について論じた。安定性を評価するために、過去の境界値と観測点の場を直接評価する結合行列を新たに定義し、様々な境界条件、特異積分の方法、要素サイズに対する解の安定性について検討した。特異積分には、従来から用いられている時間と空間の両方に線形要素を適用する方法に加え、明らかに因果律を満足しない点を除去する時空平面要素を新たに提案した。その結果、ノイマン型境界条件は上記の条件に関わらず常に安定であり、逆にディリクレ型境界条件は不安定であった。ノイマン型とディリクレ型の混合問題の場合には、本論文で新たに提案した時空平面要素を用い、かつ、特定の要素サイズ比(時間要素と空間要素の比)の場合にのみ安定となることを示し、この条件には、従来から言われている安定条件は含まれておらず、従来の条件が誤りであることが明らかにした。

最後の第10章では、各章で得られた成果をまとめた。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 榎 戸 武 揚
副 査 教 授 山 科 俊 郎
副 査 教 授 小 柴 正 則
副 査 教 授 本 間 利 久

学 位 論 文 題 名

共振器法によるプラズマ計測に於ける 境界要素法解析手法に関する研究

近年、境界要素法に関する研究は、解析次数が下がることによる計算時間の短縮等の利点により急速に発展している。しかし、その多くは、解析空間中の媒質が均質であること、支配方程式が線形であることを想定しており、空間的に密度が変化するプラズマに代表される不均質媒質、あるいは、非線形方程式となる場合の境界要素法解法については、未開拓の分野であり、今後の発展が待たれている状況にある。

本論文は、このような現状にある境界要素法について、開放型共振器による不均質な密度分布を有するプラズマ測定法を対象として、解析的に研究したものであり、不均質媒質に対する境界要素法の開発およびこのプラズマ測定法の有効性の確認を目的としたものであり、その主要な成果は次のように要約される。

1. 均質問題、不均質問題に関らず、一つの媒質の周囲を異なる媒質が取り囲む場合には、非物理解が発生する。本論文では、この非物理解の発生の有無を、連立方程式の解きやすさを表す条件数により、明らかにしており、その発生の条件より、原因が内部領域での疑似的な共振解であることを明らかにしている。さらに、非物理解を除去するために、周囲の媒質を複数の仮想境界によって分割する仮想境界分割法を提案し、非物理解の除去を達成しており、また、この仮想境界分割法は非物理解の除去のみならず、計算時間の短縮に有効であることも明らかにしている。
2. プラズマが密度分布を有する不均質問題に対する境界要素法解析では、一般に領域積分を必要とされ、その結果、解析次数が下がらないため、境界要素法が有する計算に要する時間とメモリの利点が失われる。本論文では、フェルマーの原理に基づき、不均質空間におけるグリーン関数を導出し、これを用いた近似解法を提案している。この近似解法と、一般的な方法と比較を行ない、広い範囲において有効であること、さらに、計算コストの高騰の抑制に効果があることを明らかにしている。
3. 本論文では、プラズマ計測のための測定装置である、開放型共振器の内部電界分布も含めた解析を行ない、その結果、開放型共振器は閉じた共振器と異なり、特定の固有モードから別の固有モードに移る際に鋭い共振を示すことを明らかにし、従来の実験結果を初めて明らかに説明している。

4. 不均質な密度分布を有する非磁化プラズマを含む開放型共振器を解析し、共振特性を求めることにより、プラズマの有無による共振周波数の変化と Q 値の変化から密度分布と衝突周波数が推定できることを明らかにしている。

これを要するに、著者は、不均質媒質に対する境界要素法の確立を行ない、さらに、それを用いて、開放型共振器のプラズマ計測への有効性を示しており、数値解析学およびプラズマ理工学の進歩に貢献すること大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士(工学)の学位の授与される資格あるものと認める。