

学 位 論 文 題 名

Periods, Higgs Fields and Prepotentials in $N = 2$ Supersymmetric
Yang-Mills Theory

($N = 2$ 超対称ヤンミルズ理論における周期, ビッグス場とプレポテンシャル)

学位論文内容の要旨

近年 4 次元の $N = 2$ 超対称ヤンミルズ理論において大きな発展がなされた。Seiberg と Witten はゲージ群が $SU(2)$ で物質場が入っていない場合の低エネルギーの有効理論の厳密解を、双対性と解析性に基づき楕円曲線を導入して見い出した。彼らの仕事の拡張、つまり物質場を導入した場合や、ゲージ群を $SU(2)$ より高階に拡張した場合の研究がこれ以降盛んになされた。これらの研究において弱結合領域の理論の振る舞いは様々な方法で調べられている。例えば Picard-Fuchs 方程式を厳密に解く方法や、それが難しい場合にはプレポテンシャルを摂動的に求める方法などがある。またこれらの厳密解からの結果と、直接的なインスタントン計算とを比較するチェックがなされており、ゲージ群が $SU(2)$ で物質場のある場合、あるいはそれ以上の高階なゲージ群の場合でも無矛盾な結果が得られている。

Seiberg と Witten の厳密解の強力な点は、弱結合領域の振る舞いだけでなく、強結合領域の振る舞いも調べられるところであり、ここからはまさに非摂動的な効果を見いだすことができる。強結合領域の解析が進む中で、物質場を導入したりゲージ群を高階にした場合、コンフォーマルポイントと呼ばれるくりこみ群の赤外固定点と思われる点、つまりプレポテンシャルがダイナミカルな質量スケールに依存しなくなる点を持つという指摘がされている。この解析はコンフォーマルポイントからの摂動をかけたときのスケールリングを元に行なわれており、この点のまわりの完全な表式はまだ得られていない。これらの理論においてコンフォーマルポイントの周りで場がどのような関数形をしているかを調べて、より具体的な理論の振る舞いを調べることは非常に興味深いことだと思われる。

我々は過去の論文で、このような理論において周期やヒッグス場の積分表現の評価を行ってきた。その過程で、ゲージ群が $SU(2)$ で物質場の入っている場合には物質場の質量パラメータを特別な値に固定すると、コンフォーマルポイントのまわりの場の表現が弱結合領域からの解析接続によって得られることが分かってきた。また一方で理論のゲージ群が $SU(2)$ より高階な場合については、弱結合領域のヒッグス場とその双対場の積分表示を直接評価する方法を研究してきた。本論ではこれらの手法を組合せ、理論の真空を記述する全てのパラメータをコンフォーマルポイントからのずれとして扱い、この点の周りの展開として場を表現する方法を調べることにする。場の積分表示を評価する際には 1 つのパラメータのずれだけを大きくし他のパラメータはコンフォーマルポイントに十分近

いとしておいて、積分を評価してからこのパラメータをコンフォーマルポイントの近くに解析接続するという手法をとる。通常、対数的な特異性のある領域への解析接続は分岐の取り方により結果が異なるので注意が必要である。しかし、我々がこれから扱うのは対数的な特異性の無くなる特別な点への解析接続なので、この解析接続の正当性は本論で見るように簡単に確かめられる。実際この手法はカラビヤウ多様体で周期を求めるときに使われている手法の拡張になっている。

一般にコンフォーマルポイントは非常にたくさん存在することが知られており、それら全てを調べることは出来ない。本論ではまず過去の我々の積分表示の評価方法を簡単に振り返り、その方法を応用してゲージ群が $SU(2)$ で物質場が入っている場合と、物質場のない $SU(N)$ 及び $SO(2N)$ 理論、更にゲージ群が $SU(3)$ で物質場が2つ入っている場合を取り扱うことにする。結果としてこれらの理論のコンフォーマルポイントのまわりでの場の表式をパラメータの関数として具体的に導いた。このコンフォーマルポイントまわりのヒッグス場の表式から、この点のまわりの理論の振舞いが直接見てとれるようになり、この点が実際に理論のくりこみ群の赤外固定点になっていることを明らかにした。またゲージ群が $SU(2)$ で物質場のない場合及び導入した場合それぞれのコンフォーマルポイントが、2次元超対称共形場理論のランダウギンツブルグポイントに対応する関係があることも明らかにした。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 石 川 健 三

副 査 教 授 河 本 昇

副 査 助教授 加 藤 幾 芳

副 査 助教授 鈴 木 久 男

学 位 論 文 題 名

Periods, Higgs Fields and Prepotentials in $N = 2$ Supersymmetric Yang-Mills Theory

($N = 2$ 超対称ヤンミルズ理論における周期、ビッグス場とプレポテンシャル)

素粒子等の運動を記述する相対論的場の理論を厳密に解く研究が盛んに行なわれている。このような試みは1950年頃より長い間為されてきたが、無限個の自由度が互いに結合しているため時空の次元が低い場合を除き極めて難解であり成功したことは殆どなかった。ところが、サハ-ゲとウイテソにより、超対称性を持つゲ-ジ理論で特異なことがおき、4次元時空での場の理論で厳密解がもとまること がしめされ、この研究が盛んになった。しかしながら、解析接続に関する不定性がおきることが多く、不定性のない推論を展開する方法は未知のままであり、今後の発展がまたれる状況にある。

本論文は、このような現況にある超対称ヤンミルズ理論について、超幾何級数を用いて解析接続を行ない、物質場が結合した理論や様々な群に対する理論で、弱結合領域と強結合領域を結びつけ、厳密解を求め、よって一般的な $N=2$ 超対称ゲ-ジ理論の性質を解明することを目的としてなされた。その結果、特に共形不変な臨界点の存在と臨界点での理論の性質が初めて明きらかになった。

サハ-ゲ・ウイテソ理論では物質場を持たない $SU(2)$ ヤンミルズ理論の低エネルギーでの有効理論を示すプレポテンシャルが理論の持つ超対称性に加えて、電気と磁気との双対性と大局的な解析性に基づき楕円曲線理論を使い求められ、厳密解を構成している。厳密解を構成するプレポテンシャルから、弱結合領域での理論の性質ばかりでなく、通常極めて解明が困難である強結合領域での性質までがわかってしまうことになる。

本論文では、物質場が結合した $SU(2)$ ゲ-ジ理論、物質場が結合しない $SU(N)$ 及び $SO(2N)$ ゲ-ジ理論、さらに物質場が2つ結合した $SU(3)$ ゲ-ジ理論等の拡張した系が解析された。これらに対して楕円曲線が求められ、超幾何級数に基づく解析接続がなされ理論の性質が解明された。その結果、特に楕円曲線が縮退した時対数部分が消え、繰り込み群の赤外固定点に対応すると思われる臨界点が存在することが明きらかにされた。さらに、臨界点上およびその近傍での理論の性質が調べられた。これには、弱結合領域でのビッグス場とその双対場との積分表示が使われた。共形不変な臨界点をまづ求め、そこからのずれに対する展開を行い場を表現し、性質を明きらかにした。これらの拡張した理論で共形不変な臨界点が初めてきちりと求められ、さらにその近傍での場の表式がハミルトン関数として初めて具体的にえられた。さらにこれに基づき、非自明な値をとる異常次元が初めて計算された。

このようにして、これらの $N=2$ 超対称理論で共形不変な臨界点上及びその近傍での理論の性質が初めてあきらかにされた。これらの結果の物理への応用は興味深いものである。

これを要するに、著者は、一般化された $N=2$ 超対称ゲージ理論の厳密解、特に共形不変な臨界点について興味深い新しい知見を得たものであり、場の理論の理解に対し貢献するところ大なるものである。

よって著者は、北海道大学博士（理学）の学位を授与される資格あるものと認める。