

学位論文題名

部分例示手法に基づく定理自動証明に関する研究

学位論文内容の要旨

定理自動証明は、ある論理式が他の論理式から論理的に帰結できることを示すために、ある論理式が恒偽であることを示すものである。その応用として、質問応答システム、プログラムの分析や合成などがある。一般に、任意の論理式に対して恒偽であることを示す手続きは存在しないが、実際に恒偽である論理式に対しては、その論理式が恒偽であることを証明する手続きは存在することが知られている。このような手続きは完全性をもつといわれ、定理自動証明手続きがもつべき重要な性質の一つである。

定理自動証明に対するこれまでの研究は、導出原理と呼ばれる単一の推論規則に基づく方法が中心であった。最近になって、定理証明を命題論理式の充足可能性問題を繰り返し解くことに帰着するリダクション手法が注目され、その一つに部分例示手法がある。部分例示手法は Jeroslow によって提案されたもので、論理式中の一部の変数に Herbrand 空間の要素を代入した論理式を次々に生成し、その充足可能性を繰り返し判定して定理証明を行う手法である。Jeroslow が提案した方法は、関数記号を含まない論理式を対象としており、導出原理に基づく方法に比べて、より小さいクラスの問題にしか適用できない。また、節形式を前提としていないために計算効率が悪いなどの欠点があった。

本論文では、関数記号を含む論理式に対して適用可能な部分例示手法に基づく新しい定理自動証明手続きを構築し、その完全性を証明している。さらに、導出原理に基づく定理自動証明手続きとの比較実験を行い、その有効性について検討している。その成果は、以下のように要約できる。

(1) Jeroslow の方法と比較して、より大きなクラスに含まれる問題に適用可能である。

(2) 節形式を前提としているため、命題論理の充足可能性を判定するための効率のよいアルゴリズムを用いることができる。

(3) 導出原理に基づく方法では証明が困難な問題の中で、提案した手続きでは容易に証明可能な問題が存在することを示している。

本論文は全 6 章で構成されている。各章の概要は以下の通りである。

第 1 章は序論であり、本研究の背景とその目的について述べている。

第 2 章では、本論の準備として記号論理の基礎について述べている。本論文で提案する定理自動証明手続きは、命題論理式の充足可能性問題を繰り返し解くことにより定理証明を行うものである。このため、記号論理におけるもっとも基本的な体系である命題論理に関して、特に、解釈や充足可能性について説明している。また、第一階述語論理の基礎として、任意の論理式が充足可能性を変えることなしに節集合へ変換

が可能であることを示している。そして、節集合に対して充足可能性を判定するための重要な定理である、Herbrand の定理などについて説明している。本論文で提案する手続きや現在まで提案されているほとんどの定理自動証明手続きは、この Herbrand の定理を基礎としている。

第3章では、定理自動証明に対するこれまでの研究の中で、最も一般的な導出原理に基づく方法を説明している。導出原理は2つの節から新たな節を生成するための推論規則である。導出原理に基づく定理自動証明手続きは、この推論規則を節集合に対して繰り返し適用し矛盾を意味する空節を導くことを目的とする反駁手続きである。また、本論文が基礎としている部分例示手法の基本的概念について述べ、Jeroslow が提案している方法について詳しく述べている。そして、Jeroslow の方法を用いて実際にコンピュータによる定理証明を行う際の問題点について指摘し、本論文で提案する手続きの目的を明確にしている。

第4章では、節形式の論理式に対して適用可能な部分例示手法に基づく定理自動証明手続きを考案し、その詳細について述べている。手続きは、(1) 命題論理式の充足可能性問題を解く、(2) 純障害物と呼ばれる原子式の組を見つける、(3) その純障害物を解消するために節集合に新たな節を加える、の3つの処理を繰り返すものである。本章では、これらの処理の詳細についてそれぞれ例題を交えて述べている。さらに、Jeroslow の方法との相違点などについて論じ、今回提案した手続きでは、Jeroslow の方法では不可能であった関数記号を含む論理式を扱うことが可能となることを示している。また、提案した手続きの完全性を証明している。

第5章では、提案した手続きの効率化のため、命題論理式の充足可能性問題に関して、(1) いかに高速に解くか、(2) どのような解が有効であるか、の検討を行なっている。その際、導出原理に基づく定理自動証明手続きとして有名な OTTER との計算機実験を行い、提案した手続きの特徴を明らかにしている。

第6章では、本研究の結論及び今後の展望について述べている。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 大 内 東
副 査 教 授 伊 達 惇
副 査 教 授 和 田 充 雄
副 査 助 教 授 栗 原 正 仁

学 位 論 文 題 名

部分例示手法に基づく定理自動証明に関する研究

定理自動証明は、与えられた論理式が他の論理式から論理的に帰結できることを示すために、その論理式が恒偽であることを示すものである。その応用として、質問応答システム、プログラムの分析や合成などがある。定理自動証明に対するこれまでの研究は、導出原理に基づく方法が中心であったが、定理証明を命題論理式の充足可能性問題を繰り返し解くことに帰着するリダクション手法として部分例示手法が Jeroslow により提案されている。しかしながら、1988 年の Jeroslow の急逝により部分例示手法に対する研究は多くの重要な問題点が未解決のまま中断されていた。

本論文は、著者が Jeroslow の研究を継承して行った研究成果をまとめたものであり、その主要な成果は、以下のように要約できる。

1. 論理式が関数記号を含まない場合にしか適用できなかった部分例示手法に基づく定理自動証明手続きを、関数記号を含む場合にも適用可能となるように拡張している。
2. 提案した手続きの完全性を証明している。すなわち、提案した手続きは論理式が実際に恒偽であるならばそれを有限ステップで証明することが可能である。
3. 導出原理に基づく方法との比較実験を通して、提案した手続きの特徴や有効性を検証している。

本論文は全 6 章で構成されている。各章の概要は以下の通りである。

第 1 章は序論であり、本研究の背景とその目的について述べている。

第 2 章では、本論の準備として記号論理の基礎について述べている。記号論理における最も基本的な体系である命題論理に関して、第一階述語論理について説明している。また、節集合に対して充足可能性を判定するための重要な定理である Herbrand の定理などについて説明している。

第 3 章では、定理自動証明に対するこれまでの研究の中で、最も一般的な導出原理に基づく方法を説明している。また、本論文が基礎としている部分例示手法の基本的概念について述べ、Jeroslow が提案している方法について詳しく述べている。そして、Jeroslow の方法を用いて実際にコンピュータによる定理証明を行う際の問題点について指摘し、本論文で提案する手続きの目的を明確にしている。

第 4 章では、節形式の論理式に対して適用可能な部分例示手法に基づく定理自動証明手続きを考案し、その詳細について述べている。手続きは、(1) 命題論理式の充足可能性問題を解く、(2) 純障害物と呼ばれる原子式の組を見つける、(3) その純障害物を解消するために節集合に新たな節を

加える、の3つの処理を繰り返すものである。本章では、これらの処理の詳細についてそれぞれ例題を交えて述べている。さらに、Jeroslowの方法との相違点などについて論じ、今回提案した手続きでは、Jeroslowの方法では不可能であった関数記号を含む論理式を扱うことが可能となることを示している。また、提案した手続きの完全性を証明している。

第5章では、提案した手続きの効率化のため、命題論理式の充足可能性問題に関して、(1) いか
に高速に解くか、(2) どのような解が有効であるか、の検討を行なっている。その際、導出原理に
基づく定理自動証明手続きとして有名な OTTER との計算機実験を行い、提案した手続きの特徴を
明らかにしている。

第6章では、本研究の結論及び今後の展望について述べている。

これを要するに、著者は、部分例示手法に基づく定理自動証明手続きを構築し、その特徴を明ら
かにすることで、定理自動証明に関する研究上有益な新知見を得ており、システム情報工学の進歩
に寄与すること大である。

よって著者は、北海道大学博士(工学)の学位を授与される資格あるものと認める。