

学 位 論 文 題 名

音波の伝播過程に現れる弱非線形および
強非線形現象に関する理論的研究

学位論文内容の要旨

振幅がきわめて小さく無限小とみなされる音波は、線形音波と呼ばれ、その伝播の特性は、個々の問題に応じた初期条件と境界条件を満たす線形波動方程式の解を求めることによって詳細に調べられている。これに対して、音波の振幅がたとえ小さくとも無限小とみなせないならば、それは有限振幅音波あるいは非線形音波と呼ばれ、その伝播過程には、音響流の発生、波形の歪み、衝撃波の形成等の興味深い非線形現象が現れうる。これらの現象を、衝撃波の発展も含めて、理論的な立場から理解するためには、流体力学の基礎方程式に基づく有限振幅音波と衝撃波の伝播を支配する非線形の方程式の解を求め、そのふるまいを解析しなければならない。しかしながら、支配方程式の非線形性と衝撃波を含む波動現象の複雑さのために、音波の非線形現象は未だ十分に解明されていない。

近年、医療・通信・計測技術等に関連する最先端領域において、強力超音波を利用した新技術が実用に供されつつある（体内に超音波や衝撃波を入射することによる腫瘍の同定や結石の破碎、海洋における探査や遠距離通信への超音波の利用等）。これらの先端技術への大振幅音波の応用にともない、音波の伝播過程に現れる非線形現象を解明することの重要性はますます増大している。

本研究は、波動現象を理解する上で基本的かつ重要ないくつかの問題、すなわち、無限平板の振動によって放射される平面波（一次元問題）、無限に長い円筒の脈動によって放射される円筒波（二次元問題）、および、球の脈動や振動によって励起される球面波（三次元問題）の問題に加えて、実用的な音源の基本的なモデルである円形ピストンから放射される音波の伝播の問題に取り組む。これらの問題に現れる様々な非線形現象を、解析的方法と数値的方法を駆使して理論的に解明することが本研究の目的である。

本論文は、8章で構成されている。以下、各章について概要を述べる。

第1章では、音波の伝播過程に現れる非線形現象に関する研究の歴史的背景と研究動向、および、本研究の目的を述べる。

第2章では、音波の伝播過程に現れる非線形現象を特徴づける重要な無次元パラ

メータである音響マッハ数、音響レイノルズ数および無次元角振動数を定義し、その物理的な意味を明示した後で、基礎方程式と境界条件および初期条件を示す。さらに弱非線形音波の支配方程式の導出も行う。

第 3 章では、振幅が無限小ではないが十分に小さい音波の伝播にともなう弱非線形現象の一般的な描像を与える。はじめに、音波の弱非線形伝播過程を理解する上で重要な役割を果たす近傍場と遠方場の概念を導入し、一方向に伝播する平面波や、音源から外向きに広がっていく円筒波と球面波の遠方場の弱非線形伝播過程を記述する、いわゆる、遠方場の方程式とその厳密解に対する考察を行う。次に、球面波と円筒波の音場の構造が無次元振幅と無次元角振動数のかねあいによって三種類に分類できることについて述べる。さらに、近傍場における音響流、遠方場における衝撃波の形成、および、弱非線形波の漸近波形としての鋸歯状波と N 波の特徴を概説する。

第 4 章では、球面波と円筒波に関する弱非線形理論の最近の発展について述べる。最初に、球面波と円筒波の高次近似解の一般的な構成方法を紹介し、その応用例として、脈動する球から放射される音波の第三近似解と、振動する球から放射される音波の第二近似解を求め、高次の非線形効果について議論する。次に、一周期だけ正弦的に膨張した後収縮する球あるいは円筒によって放射されるテイルをもつ音波が、十分に遠方でテイルをもつ N 波に発展する過程を、等面積則を用いて解析する。

第 5 章から第 7 章までの各章は強非線形問題を扱う。これらの章では数値解析が重要な位置を占める。本研究では、高解像度の風上差分法を応用し、衝撃波を含む複雑な流れ場を正確に求めている。最初に、第 5 章で強非線形平面波の伝播過程を調べる。衝撃波形成時刻までは、特性曲線法による厳密解を解析し、衝撃波の形成位置を決定する。衝撃波形成後は、数値計算によって、波形が非対称な鋸歯状波型の波に発展すること、波の伝播方向に向かう、時間的にも空間的にもほぼ一定な平均の質量流れ（音響流）が生じ、音源近傍の気体の密度が時間とともに低下することなどを明らかにする。その結果、弱非線形理論による結果と異なり、音源が振動を開始してから十分に時間が経過した後も、現象は決して定常状態に到達し得ないことを示す。

第 6 章では強非線形球面波の伝播過程の数値解析を行い、球の脈動の振幅が小さい場合には、音源の近傍で波は非対称な鋸歯状波型に発展し、球の脈動の振幅が比較的大きい場合には、放射される波の一波長中に大小二種類の衝撃波が形成され、それらが一つに合体して伝播していく過程を詳細に明らかにする。また、平面波の場合と類似した性質をもつ音響流が発生し、球近傍の気体の密度を時間とともに低下させることも示す。したがって、この問題においても、弱非線形理論による結果と異なり、定常状態の解は存在しないと考えられる。

第 7 章は、円形ピストンの振動によって放射される強非線形波に対して、数値計算を行った結果に基づき、考察を行う。この問題では、ピストンから放射された波は音源の近傍で著しい回折を示し、同時に強い非線形効果によって波形を歪められ衝撃波を形成

する。その結果、衝撃波の多重交差、渦輪状の音響流などの強非線形現象の発生を招く。

最後に、第 8 章で、得られた結果の総括と今後の課題について言及し、これをもって本論文の結語とする。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 井 上 良 紀
副 査 教 授 田 村 信一朗
副 査 教 授 木 谷 勝
副 査 教 授 飯 田 誠 一

学 位 論 文 題 名

音波の伝播過程に現れる弱非線形および 強非線形現象に関する理論的研究

近年、従来の線形音波の理論では取り扱うことのできない音波の伝播に関する非線形現象が注目を集め、盛んに研究されている。この研究分野は非線形音響学と呼ばれているが、非線形問題特有の数学的な難しさのために、その基礎理論においてさえ、いまだに解明されていない多くの基本的問題が残されたままになっている。また、非線形音響学ではこれまでもっぱら弱い非線形波動を研究対象としてきており、強非線形レジームはほとんど未開拓の分野であり、今後の発展が待たれている状況にある。

本論文は、上述の二点に着目し、解析的手法とスーパーコンピュータを用いた大規模な数値計算によって、最も基本的な波動、すなわち平面波、円筒波、球面波、および円形ピストン音源から放射される音波の非線形伝播過程を理論的に研究したもので、8章より構成されている。

第1章は序論で、音波の伝播過程にあらわれる非線形現象に関する研究の歴史的背景と研究動向、工学的応用、および本研究の目的を述べている。

第2章では、非線形音響学において重要な役割をはたす3つの無次元パラメータ、すなわち音響 Mach 数、音響 Reynolds 数および無次元角振動数を定義し、その物理的な意味を示すとともに、音波の非線形伝播を記述する基礎方程式を導出し、境界条件と初期条件を与えている。

第3章では、3つの基本的な波動、一方向に進む平面波、および音源から外向きに広がってゆく円筒波と球面波について、それらの弱非線形伝播を概説している。とくに、多次元波である円筒波と球面波に関しては、音響 Reynolds 数が十分大きい場合には、伝播にともなう3つの異なる音場の構造をもち得ることを指摘している。また、特徴的な弱非線形現象である近傍場における音響流の発生と遠方場における衝撃

波の形成をとりあげて説明するとともに、非線形音響学に現れる典型的な波動である鋸歯状波と N 波についても述べている。

第 4 章では、球面波と円筒波の弱非線形理論に関して得た二、三の研究成果が記述されている。まず、衝撃波形成前の球面音波の遠方場でのふるまいは、同一の単一波方程式で支配されること、近似の精度を上げることは境界条件の精度を上げることに帰着されることを数学的に厳密に証明している。つぎに、一周周期だけ正弦的に膨張した後収縮する脈動球から放射される音波は、十分に遠方で通常の N 波とは異なるテイルをもつ N 波に発展することを示している。さらに、剛体球の振動問題を解析し、励起される音響流が、無次元角振動数の大小により全く異なるフロー・パターンをもつことを明らかにしている。

第 5 章から第 7 章までの各章は、強非線形問題を、主に数値解法によって解いている。すなわち、高解像度の風上差分法 (Osher の方法) を用いて、衝撃波を含む複雑な流れ場を数値的に正確にもとめている。第 5 章では、強非線形平面音波の伝播過程を調べて、これまでの弱非線形理論では知られていなかった非対称波形をもつ鋸歯状波型の波の形成、衝撃波の合体などの数々の強非線形波特有の現象を見いだしている。とりわけ、音響流によって音源近傍の気体の密度が低下してゆく現象は、旧来の弱非線形理論の結果とは全く相反することを指摘している。

第 6 章では、強非線形球面波の伝播を支配する非保存系に対して、上述の風上差分法を適用して数値的に解き、既存の弱非線形理論との差異および非線形性を弱くしていった場合の接合の仕方を明らかにしている。この場合にも、音響流が音源近傍の気体の密度を時間とともに低下させるという弱非線形理論とは異なる結果を与えている。

第 7 章では、円形ピストンから放射される強非線形波の伝播に関する数値解析を行い、非線形効果と回折効果によって、音源近傍における衝撃波の多重干渉と渦輪状の音響流の発生のような強非線形特有の現象があらわれることをはじめて見い出している。

第 8 章は結論であり、本研究で得られた結果を総括している。

これを要するに、著者は、音波の伝播にともなう非線形現象を詳細に解析し、理論上および工学的応用上有益な数多くの新知見を得たものであり、非線形音響学と応用物理学の進歩に貢献するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士 (工学) の学位を授与される資格あるものと認める。