

## 境界要素法を用いた中性子拡散方程式の解法に関する研究

## 学位論文内容の要旨

原子力開発の成熟に伴い、原子炉物理解析の対象は原子炉のみならず核燃料サイクル施設の臨界安全性等も含めた多様な問題に及んでいる。これらの中には、不規則幾何形状を有する問題や現象解明のため多数回のパラメータ解析を要する問題等が含まれる。このような問題の多くに対して中性子拡散方程式を効率的に解くために、近年、種々の工学分野で研究されている境界要素法が有効ではないかと考えられる。境界要素法は、従来の差分法や有限要素法のように領域内部をメッシュや要素に分割せず、境界のみを分割することで未知数の数が少なくすむにもかかわらず一般に精度の高い計算結果が得られる。また、不規則な幾何形状や無限大領域を容易に扱える等の利点を有する。

本研究は、このように多くの潜在的有用性を持つ境界要素法を中性子拡散問題に適用する初めての試みである。本研究では、中性子拡散方程式の重み付き残差表現から出発し、重み関数として Helmholtz 方程式または修正 Helmholtz 方程式の基本解を選ぶことにより境界上での中性子束と中性子流のみを未知変数とする境界積分方程式を導いた。さらに、この境界積分方程式を離散化して種々の数値技法を導入することにより、境界要素法を用いて中性子拡散方程式を解く基本算法が初めて確立された。

本研究の過程で数多くの数値技法が開発された。幾何学的に対称性を有する問題に対しては、鏡像の原理を用いて境界要素モデルの作成を容易にした。また、中性子束と中性子流の連続条件を使って多領域問題へ拡張した。多領域問題の変形として、薄い帯状領域内の中性子束分布を 1 次元中性子拡散方程式の解析解で近似することにより、軽水炉の炉心隔板等を効率的に扱えるようにした。一連のテスト計算の結果、境界要素法による計算結果は差分法や有限要素法による結果と比べて必要な計算機容量が少なくすむと同時に極めて高精度であることが示された。また、四角形領域の中に円形領域を取り囲む体系等、不規則幾何形状の問題に対しては境界要素モデルの作成が極めて容易であることが示された。実際の軽水炉への応用例として、炉心と反射体の境界における境界条件を中性子エネルギーに関して行列形式で精密に与えることに成功した。この反射体境界条件を境界要素法を使って求めることにより、通常の差分計算において反射体領域に全くメッシュを設けないにもかかわらず、精度の高い実効増倍率と中性子束分布の結果が得られた。

中性子拡散問題へ境界要素法を適用する場合の特殊性として、前述の境界積分方程式の中で中性子源に起因する非斉次項が領域積分のまま残り、境界要素法の利点が損なわれるという問題があった。このうち、一様中性子源と減速中性子源に起因する領域積分については、Gauss の発散定理及び Green の第 2 公式と中性子拡散方程式の性質を利用して、各々、境界積分に変換できることを明らかにした。その結果、これらの中性子源に基づく中性子拡散問題については領域内部をメッシュや要素に分割する必要がなくなった。波及効果として、反射体領域のモデル化が便利になった。すなわち、十分厚い反射体は無限反射体とみなすことによって反射体の内部と外部境界の両方とも要素分割が不要となり、炉心と反射体の境界を定義する座標のみを入力すればよくなった。また、テスト計算の結果、

この方法による反射体内中性子束分布の計算値は極めて高精度であることが示された。

一方、核分裂中性子源に起因する非斉次領域積分項を等価な境界積分に変換するため、二つの技法、二重相反法と多重相反法を初めて適用した。これらは、主として Poisson型方程式の解法を目的として開発されたものであり、Helmholtz型ないし固有値問題の性格を持つ中性子拡散問題にはそのままでは適用できないという問題点があった。これらに対して、Helmholtz型固有値問題に対応した定式化を導くとともに独自の改良を施すことにより、中性子源反復に基づく臨界計算への応用が初めて可能となった。

二重相反法の臨界計算への応用では、炉内の中性子源分布を Fourier級数に展開し、個々の展開項である三角関数を中性子拡散方程式のソース項とする時の特解を活用して、領域積分を境界積分に変換した。この場合、Fourier級数の展開係数をいかに与えるかが重要となる。従来の二重相反法では、展開係数は一般に入力条件として外部から与える必要があった。本研究では、この展開係数を中性子源反復の過程で境界積分に基づく漸化式から自動的に与えることに初めて成功した。

多重相反法を中性子源反復計算に適用して核分裂中性子源に起因する領域積分項を境界積分に変換するためには、Helmholtz方程式または修正Helmholtz方程式が満たすべき一連の高次基本解（基本解を源項とする、さらに高次の基本解）が不可欠であるが、これらがどのような形式で与えられるかはこれまで明確にされていなかった。本研究では、2次元問題におけるL次の基本解は、L次のHankel関数または変形Bessel関数に距離のL乗を掛け合わせた量を用いて記述されることを初めて示した。これにより、中性子源反復の第m回において核分裂中性子源に起因する領域積分は(m-1)個の境界積分項からなる有限級数に変換できるようになった。多重相反法を用いたパラメータ解析の例として、任意の正多角形について幾何学的バックリングの計算を広範に行ったところ、いかなる正多角形もその幾何学的バックリングは外接円半径の二乗に逆比例するとする統一的な表式が容易に導かれた。ここで用いた幾何学的バックリングの評価手法はあらゆる不規則幾何形状に対して適用可能であり、臨界安全性研究等において有用と考えられる。

多重相反法において領域積分が境界積分の級数に変換されることに関連して、この級数の収束が不安定になる場合のあることが、他の工学分野でも多重相反法特有の現象として議論されている。中性子源反復過程に対する多重相反計算では、核定数と実効増倍率の計算値からなる関係式を用いて、この級数の収束安定を保証する条件が与えられることを示した。さらに、実効増倍率の推定値に基づく仮の核分裂中性子源を元の中性子拡散方程式の両辺から差し引く、いわゆる Wielandtの原点移動法を適用すれば、この収束安定条件が満足されることを示した。また、この収束安定条件は計算プログラムの内部で容易に判別できるので級数の数値的な発散を避けることができるようになった。

最後に、二重相反法と多重相反法の両方に共通して、中性子源反復過程の実効増倍率が中性子流に関する境界積分の漸化式で与えられることを示し、テスト計算においてその有効性を立証した。この方法では、実効増倍率を求めるのに差分法や有限要素法のように中性子束分布の領域積分を実行する必要がなくなり、領域内部をセル分割しない境界要素法の本来の利点が最大限に活かせるようになった。

本研究により、境界要素法を中性子拡散問題に適用する際の基本的課題はほとんど解決されたと考えられ、実用的な応用範囲を一層拡大するための研究開発が進められている。

# 学位論文審査の要旨

主 査 教 授 成 田 正 邦  
副 査 教 授 山 崎 初 男  
副 査 教 授 榎 戸 武 揚  
副 査 教 授 本 間 利 久

## 学 位 論 文 題 名

### 境界要素法を用いた中性子拡散方程式の解法に関する研究

現在、原子炉炉心の中性子束分布解析には、エネルギー多群の中性子拡散方程式が多く使われている。解析の対象には、不規則幾何形状を有する問題や多数のパラメータについて反復解析を要する問題が多い。また、原子炉の問題には、実効増倍率あるいは反応度を求める固有値問題が含まれている。

本論文は、このような問題に対して中性子拡散方程式を効率的に解くために、近年、種々の工学分野で研究されている境界要素法を初めて適用したもので、12章から構成されている。

第1章は序論である。第2章では、中性子拡散方程式の重み付き残差表現から出発し、境界上の中性子束と中性子流のみを未知変数とする境界積分方程式が導かれている。

第3章では、境界積分方程式の離散化について述べ、幾何学的に対称性を有する問題に対しては、鏡像の原理を用いて境界要素モデルの作成を容易にしている。

中性子拡散問題へ境界要素法を適用する場合、境界積分方程式中の中性子源に起因する非斉次項が領域積分のまま残る。第4章では、一様中性子源及び減速中性子源による領域積分を巧妙な方法で境界積分に変換できることを示している。その結果、領域内部をメッシュや要素に分割する必要がなくなった。

境界要素法は、もともと多領域問題は不得意である。著者は、第5章で中性子束と中性子流の連続条件を使って多領域問題に適用することに成功している。

第6章は、固有値探索の方法を説明している。第7章では、境界要素法による計算結果と差分法や有限要素法の比較のために一連のテスト計算を行い、境界要素法の結果は必要な計算機容量が少なくすむと同時に極めて高精度であることが示されている。

第8章では、境界要素法が有用である一つの例として、炉心と反射体の境界における境界条件を中性子エネルギーに関して行列形式で精密に与えることに成功している。この境界要素法による反射体境界条件を使うと、通常の差分計算によっても、反射体内の計算をせずに実効増倍率と炉心内部の中性子束分布が得られることが示されている。

核分裂性物質を含む媒質では、中性子増倍に関して固有値問題になる。この固有値問題を解決するために、核分裂中性子源に起因する領域積分を等価な境界積分に変換するために、第9章で、二つの手法すなわち二重相反法と多重相反法を適用する概要を説明している。

第10章では二重相反法を詳しく扱い、炉内の中性子源分布をフーリエ級数に展開し、展開項を中性子拡散方程式の源項とする特解を活用して、領域積分を境界積分に変換した。

第11章の多重相反法は、高次基本解を用いてグリーンの相反定理をくり返し適用して領域積分を境界積分の級数に変換するものである。これを中性子拡散方程式の固有値問題に適用するにあたり、2次元問題におけるL次の基本解は、L次のハンケル関数または変形ベッセル関数に距離のL乗を掛け合わせた量を用いて記述されることを初めて明らかにした。この際、安定に増倍固有値を見つけるためにウイーラントの原点移動法を適用すれば、安定な収束が保証されることが示されている。

第12章では、多重相反法を用い任意の正多角形について幾何学的バックリングの計算を行い、いかなる正多角形もその幾何学的バックリングは外接円半径の二乗に逆比例することが示された。

これを要するに、著者は境界要素法を中性子拡散問題に適用するにあたり、解決しなければならない基本的課題の多くを解決し、実用的ないくつかの応用を示したもので、原子炉工学及び数値解析学に寄与すること大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。