博士（工学） 大 柳 俊 夫

学 位 論 文 題 名

数理計画法に基づく命題論理充足可能性問題の解法に関する研究

学位論文内容の要旨

情報科学の分野における基本的な問題の一つに、計算複雑度がNP–完全である命題論理充足可能性問題(SAT)がある。この問題は、記号論理学の中でもっとも基本的な体系である命題論理の枠内で表現された論理式が与えられたとき、その論理式を真とする解釈が存在するか否かを決定するものである。

この問題の解法に関する研究は、従来、Davis–Putnamの方法やそれに準じた記号的な処理によるものが中心であった。

近年、最適化手法である数理計画法をSATに適用する研究が行われつつある。このアプローチは、従来の記号的方法に対して定量的方法と呼ばれている。この定量的方法に関する研究は、SATが0–1整数計画問題として定式化できることを基礎として発展してきているが、検討しなければならない多くの課題が残されている。

本論文は、定量的方法として今後行わなければならない課題を明らかにし、その課題を解決するための数理計画法のアルゴリズムの詳細な検討と、その結果をもとにした高速なSATアルゴリズムの開発について述べたものである。

論文は7つの章から構成されている。

第1章は序論で、SATに対する記号的方法であるDavis-Putnamの方法の概略とこれまでの定量的方法に関する研究成果をまとめている。そして、定量的方法で解決しなければならない課題を明らかにしている。

SATを解く定量的な方法は、1. 分枝限定法に基づく方法、2. 切除平面法に基づく方法、に分類することができる。この分類に基づきSATに対する定量的方法の検討課題をまとめるとつぎのようになる。

(1) 分枝限定法に基づく方法では, SATを0–1整数計画問題として定式化した場合の特徴を有効に利用した分枝変数の選択基準や限定操作を強化するための下界値の更新方法などの検討を行なう必要がある。特に、分枝限定法を0–1整数計画問題向けに特殊化したとみなすことのできる陰的列挙法をSATに適用する研究を行う必要がある。

(2) 切除平面法に基づく研究では、Chvátalのカットを用いる研究のみが行われており、切除平面法を最初に考案したGomoryのカットに関する検討を行なう必要がある。

(3) 分枝限定法と切除平面法では連続緩和した線形計画問題を解く必要がある。これらの方法に基づいてSATを高速に解くためには、この線形計画問題を解く速さが鍵を握ることになる。SATを0–1整数計画問題として定式化した場合、その係数行列の成分は{-1,0,1}のいずれかで、さらに大規模なSATでは非0の要素数が非常に少ない疎行列となる。したがって、係数行列に関するこれらの性質を利用して、連続緩和した大型疎線形計画問題を高速に解くアルゴリズムを検討する必要がある。

第2章以降で、これらの課題を解決するために整数計画法のアルゴリズムである代理制約式を用いた陰的列挙法とGomoryの切除平面法を詳細に検討し、SATへの適用可能性を明らかにしている。そしてその結果をもとに、陰的列挙法に基づくSATアルゴリズムを構築し、さらにSATから派生したβ SATに対する陰的列挙法に基づくアルゴリズムを考案している。また、大型疎線形計画問題に対するReidの方法を詳細に検討し、計算効率の改善を図った改良Reid法を開発している。

第2章では、陰的列挙法とその計算効率を上げるために提案された代理制約式を用いた陰的列挙法の概略を説明し、代理制約式の作成で必要となる連続緩和した線形計画問題を解くことが全体の大部分の計算時間を占めていることを明らかにしている。そして、代理制約式を用いた陰的列挙法の効率を改善するために線形計画問題を解く回数を減らす方法を検討している。

第3章では、陰的列挙法と並んで0–1整数計画問題を解く方法であるGomoryの切除平面法を詳細に検討している。Gomoryの切除平面法は、理論的には洗練されているが浮動小数点演算では計算誤差が大きくなるため実用には耐えられないアルゴリズムである、という見方が数理計画法の研究者の間での定説となっていた。しかし、それを裏付ける研究は今までほとんど行われていなかった。本章で述べる検討では、計算機のハードウエア性能の向上により利用が可能になりつつある有理数演算を用いて計算誤差を排除した場合の切除平面法の振舞いを調べ、計算誤差発生の究明と切除平面法の本質的な欠点を明らかにしている。

第4章では、SATを0–1整数計画問題として定式化したときの特徴を利用して、一般の0–1整数計画問題の解法である陰的列挙法をSAT向きに再構築したアルゴリズムを提案している。そして、提案するアルゴリズムとDavis–Putnamの方法をアルゴリズムの観点から比較検討し、両者の対応関係を理論的に明らかにしている。さらに、提案するアルゴリズムとDavis–Putnamの方法を計算機実験により比較し、その有効性を検証している。

第5章では、SATから派生したβ SATと呼ばれる新しい問題を解くアルゴリズムを提案している。β SATは、SATの各節にある量的な条件が付けられたもので、SATの一般化問題と考えることができる。本章で提案するアルゴリズムは、第4章で提案した陰的列挙法に基づくSATアルゴリズムを一般化したものである。また、βSATをそれと等価なSATへ変換するアルゴリズムを提案している。さらに、計算機実験により提案する陰的列挙法に基づくβSATアルゴリズムの有効性を検証している。

第6章では、節数やリテラル数が多い大規模なSATを扱う場合に必要となる大型疎線形計画問題を高速かつ正確に解くためのアルゴリズムを提案している。大規模なSATは、扱う変数の数が多いため列挙のみによる方法では解くことが困難な場合が頻繁に起こる。このような場合、SATを0–1整数計画問題として定式化し、変数の条件を連続緩和した線形計画問題を解いた結果を利用する方法が有効である。大規模なSATを0–1整数計画問題として定式化するとその係数行列は非常に疎な構造となる。本章で提案するアルゴリズムは、係数行列の疎な性質を利用して、三角分解に基づくシンプレックス法の基底更新方法の効率を改善したものである。そして、提案するアルゴリズムの有効性を計算機実験により検証している。

第7章では、本研究の全体的なまとめと今後の研究課題について論じている。

学位論文審査の要旨

主査　教授　大内　　東
副査　教授　宮本衛市
副査　教授　伊達　　惇
副査　教授　嘉数侑昇
副査　教授　加地郁夫
（北海道工業大学大学院工学研究科）

学位論文題名

数理計画法に基づく命題論理充足可能性問題の解法に関する研究

情報処理の分野における基本的な問題の一つに、計算複雑度がNP–完全である命題論理充足可能性問題(SAT)がある。この問題は、記号論理学の中でもっとも基本的な体系である命題論理の枠内で表現された論理式が与えられたとき、その論理式を真とする解釈が存在するか否かを決定するものである。この問題の解法に関する研究は、従来、Davis–Putnamの方法やそれに準じた記号的な処理によるものが中心であった。近年、最適化手法である数理計画法をSATに適用する研究が行われつつある。このアプローチは、従来の記号的方法に対して定量的方法と呼ばれている。この定量的方法に関する研究は、SATが0–1整数計画問題として定式化できることを基礎として発展してきているが、検討しなければならない多くの課題が残されており、今後の発展が期待される。

本論文は、このような状況にあるSATに対する定量的方法の研究について、今後行わなければならない課題を明らかにし、その課題を解決するための数理計画法のアルゴリズムの詳細な検討と、その結果をもとにした高速なSATアルゴリズムの開発の研究成果をまとめたものである。

これまでのSATを解く定量的な方法は、分枝限定法に基づく方法と切除平面法に基づく方法に分類することができる。この分類に基づきSATに対する定量的方法の検討課題をまとめるとつぎのようになる。

1. 分枝限定法に基づく方法では、SATを0–1整数計画問題として定式化した場合の特徴を有効に利用した分枝変数の選択基準や限定操作を強化するための下界値の更新方法などの検討を行う必要がある。特に、分枝限定法を0–1整数計画問題向けに特殊化したとみなすことのできる陰的列挙法をSATに適用する研究を行う必要がある。

2. 切除平面法に基づく研究では、Chvátalのカットを用いる研究のみが行われており、切除平面法を最初に考案したGomoryのカットに関する検討を行う必要がある。

3. 分枝限定法と切除平面法では連続緩和した線形計画問題を解く必要がある。これらの方法に基づいてSATを高速に解くためには、この線形計画問題を解く速さが鍵を握ることになる。SATを0–1整数計画問題として定式化した場合、その係数行列の

成分は{-1,0,1}のいずれかで、さらに大規模なSATでは非0の要素数が非常に少ない疎行列となる。したがって、係数行列に関するこれらの性質を利用して、連続緩和した大型疎線形計画問題を高速に解くアルゴリズムを検討する必要がある。

1.と2.の課題に対して、まず整数計画法のアルゴリズムである代理制約式を用いた陰的列挙法とGomoryの切除平面法を詳細に検討し、SATを解くためのアルゴリズムとしての適用可能性を検討している。その結果として、陰的列挙法のSATへの適用可能性とGomoryの切除平面法のSATへの適用不可能性を明らかにしている。つぎに、SATを0–1整数計画問題として定式化したときの特徴を利用して、陰的列挙法をSAT向きに再構築した陰的列挙法に基づくSATアルゴリズムを開発している。また提案するアルゴリズムとDavis-Putnamの方法の対応関係を理論的に明らかにしている。さらに、SATで扱う節に量的な条件を付加して問題を一般化したβ SATと呼ばれる新しい問題を解くアルゴリズムを提案している。

3.の課題に対して、節数やリテラル数が多い大規模なSATを扱う場合に必要となる大型疎線形計画問題を高速かつ正確に解くためのアルゴリズムを提案している。大規模なSATは、扱う変数の数が多いため列挙のみによる方法では解くことが困難な場合が頻繁に起こる。このような場合、SATを0–1整数計画問題として定式化し、変数の条件を連続緩和した線形計画問題を解いた結果を利用する方法が有効である。

これを要するに、著者は、SATに対する定量的方法の研究において、数理計画法のアルゴリズムをSATに適用する方法論の新知見を得たものであり、情報工学の進歩に対して寄与すること大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士(工学)の学位を授与される資格あるものと認める。