

## 学位論文題名

カオスの混合の定量化と時空間相関確率モデルの  
開発に関する研究

## 学位論文内容の要旨

異なる物質同士を混ぜ合わせる混合過程は、燃焼器内の空気と燃料の混合、製鉄プロセスや化学プラントにおける攪拌槽内の溶媒と溶質の均一化、河川や大気中に浮遊する汚染物質の環境中への希釈など、工学のあらゆる分野で見られる。これらは物質の流動現象を利用する場合がほとんどであるので、物質混合は流体力学が扱う多くの問題の中でも最も重要なものの一つとみなされている。これまでの流体力学における混合に関する研究は乱流場を対象として行われてきた。しかし近年、Reynolds数が低く流速が極めて遅い流れ場においても、速度場が時間的に変化する場合に、流れ場内を移動する流体粒子の動きがカオス的な振舞いをする可能性がある、という事実が報告されている。ここで「カオス的」とは、初期条件としてごく近傍に位置した流体粒子同士の距離が、粒子が流れ場内を移動する過程で指数関数的に増大することを意味する。つまり、Euler的な観点から流れ場は層流状態であっても、Lagrange的に追跡した流体粒子の軌跡に予測できない乱れがあることを指している。この現象は「カオスの混合」と呼ばれ、流体力学において近年注目を集めているカオス理論を、混合という工学的に重要な分野に応用した例でもある。

本研究の目的は、カオスの混合と乱流拡散の数値解析に際して、一つの共通した混合速度を定量化する方法を提案し、それにより混合を促進する諸原因の解明と混合過程のモデル化を行うことにある。定量化する対象は物質線を模擬したマーカ粒子からなる粒子列の伸張率である。しかし、乱流拡散の数値シミュレーションに用いている確率過程に従う粒子モデルは多点間の空間相関を考慮していないので、物質線の伸張を表現することができない。そこで本研究ではこの問題点を克服するために、「時空間相関確率モデル」という新たな確率モデルの開発を行い、本モデルを用いたシミュレーションにより、乱流中における物質線の伸張、変形に乱れ速度の空間相関と他方向速度成分同士の相関を表すReynolds応力が及ぼす影響を定量的に検討した。

本論文は第1章から第7章までの全7章で構成されている。各章の内容については以下の通りである。

第1章は序論であり、カオスの混合と乱流拡散に関する従来の研究を紹介するとともに、本論文の目的について述べている。

第2章、第3章では二次元キャビティ内におけるカオスの混合に関する研究を行っている。

第2章では本計算で用いる計算条件ならびに数値解析法について示すとともに、混合速度を定量的に評価するために本研究で新たに定義した、擬似リアプノフ指数の求め方について

述べる。さらにこの擬似リアプノフ指数によって、移動壁速度が周期的に加減速する二次元正方形キャビティフローにおいて混合速度が最大となる変動周期が存在することを上記の擬似リアプノフ指数によって示した。

第3章では、第2章で得られた二次元キャビティ内の混合過程の周期依存性について検討を行った。その結果、Reynolds数と移動壁速度の変動振幅を変化させた場合でも最大の混合速度を与える移動壁速度の変動周期は変化しないこと、マーカ粒子列の伸張率の増加に大きな影響を与える突起状のゆがみの形成は、移動壁速度が増速時にキャビティ右隅における速度ベクトルの方向の周期的な揺らぎによることが明らかになった。さらにこれらの結果をふまえて、粒子列の移動する軌道と力学系のホモクリニック軌道との間に共通点があることに注目してキャビティ内の混合過程のモデル化を行い、キャビティ内の混合過程が移動壁速度の変動周期と粒子列に形成される突起がキャビティ内を循環する時間という二つの時間スケールに依存することを示した。

第4章から第6章では確率モデルを用いた乱流拡散に関する研究を行っている。

第4章では確率過程に従うLagrange的な粒子モデルの概念を用いて、固定した計算格子上で乱れ速度を発生させ、かつ乱れエネルギー $k$ とその散逸率 $\varepsilon$ から求められる時間スケールと空間スケールをもとに、時間と空間の双方に対して相関を持った乱れ速度を発生させる確率モデル「時空間相関確率モデル」の開発を行った。そして本モデルを用いて二次元一様乱流中の物質線の変形、伸張のシミュレーションを行い、乱れのスケールが物質線の変形に与える影響について調べた。その結果、粒子列の伸張率の増加は乱れ度の大きさだけには依存せず、乱れの空間的なスケール(空間相関の大きさ)の影響も受けることを明らかにした。

第5章では時空間相関確率モデルを用いて二次元正方形キャビティフローにおける乱流拡散シミュレーションを行った。そのため、第4章で一様な乱流場を仮定して開発した本モデルを、非一様な乱れを持つ流れ場にも適用でき、かつReynolds応力を考慮できるような形へ拡張した。その結果、 $k$ - $\varepsilon$ 乱流モデルによって求めた二次元キャビティフロー内の乱れ度分布を拡張した本確率モデルに与えた場合、モデルが発生する乱れ速度の分布が $k$ - $\varepsilon$ モデルから得られた分布と良い一致を示し、本モデルが設定した非一様な乱れ度分布を再現可能であることを示した。二次元キャビティ内の乱流拡散シミュレーションにおいては、本モデルと空間相関を考慮しないモデルとの比較を行い、同時にReynolds応力による粒子列の伸張率の変化についての検討を行った。その結果、空間相関を考慮しない場合には計算初期において拡散が過剰となることと、Reynolds応力が現れる場合の方が伸張率が高くなるという結果を得た。

第6章ではopen flowである二次元せん断層における乱流拡散シミュレーションをマーカ粒子列とマーカ粒子群の追跡によって行った。その結果、低速側での拡散速度が高速側よりも大きいという結果が得られた。Reynolds応力の符号と拡散速度との関係については、平均速度勾配との関係から乱れエネルギーの生成項を負にするような場合の方が拡散速度は高いことが示された。Reynolds応力の符号と平均速度勾配との関係によってマーカ粒子間の距離の増加に違いが現れることを、簡単なモデルを用いて示した。

第7章は結論であり、本研究で得られた主要な結果についてまとめている。

# 学位論文審査の要旨

主 査 教 授 飯 田 誠 一  
副 査 教 授 福 迫 尚 一 郎  
副 査 教 授 木 谷 勝  
副 査 助 教 授 小 河 原 加 久 治

学 位 論 文 題 名

## カオスの混合の定量化と時空間相関確率モデルの 開発に関する研究

混合過程は工学のあらゆる分野で見られる現象であり、流体工学が扱う多くの問題の中でも最も重要なものの一つである。流体工学における混合に関する研究はこれまでは主に乱流場を対象として行われてきた。しかし近年、Reynolds数が低く流速が極めて遅い流れ場において、流体粒子の動きをカオス的にすることによって効率的な混合状態を作り出す、いわゆる「カオスの混合」が注目されている。

本論文は、カオスの混合と乱流拡散に際して、物質線を模擬したマーカ粒子からなる粒子列の伸張率によって混合速度を定量化する方法を提案し、それにより混合を促進する諸原因の解明と混合過程のモデル化を行っている。しかし、乱流拡散の数値シミュレーションに用いている確率過程に従う粒子モデルは多点間の空間相関を考慮していないので、物質線の伸張を表現することができない。この難点を克服するために、著者は「時空間相関確率モデル」という新たな乱流拡散確率モデルを開発し、混合現象の解明に適用している。

本論文では以下のような結論を得ている。

(1) 移動壁速度が周期的に加減速する二次元正方形キャビティフローにおいて混合速度が最大となる変動周期が存在することを定量的に示した。

(2) Reynolds数と移動壁速度の変動振幅を変化させた場合でも最大の混合速度を与える移動壁速度の変動周期は変化しない。

(3) マーカ粒子列の移動する軌道と力学系のホモクリニック軌道との間に共通点があることに注目してキャビティ内の混合過程のモデル化を行い、キャビティ内の混合過程が移動壁速度の変動周期、と粒子列に形成される突起がキャビティ内を循環するに要する時間、という二つの時間スケールに依存することを示した。

(4) 乱流混合に対して、時空間相関確率モデルを開発し、適用することによって、粒子列の伸張率の増加は乱れ度の大きさだけには依存せず、乱れの空間的なスケール(空間相関の大きさ)の影響も受けることを明らかにした。

(5) Reynolds応力が拡散速度に与える影響について、平均速度勾配との関係から乱れエネルギーの生成項を負にするような場合に拡散速度が高くなることを示した。これにより、乱流場における物質線伸張のReynolds応力に対する依存性を明らかにすることができた。

以上のように、著者は混合状態を評価する上で重要な混合速度の定量化の手法と、この手法を乱流場に適用する際に必要とされる確率モデルを新たに開発し、混合速度の向上と混合現象の解明に指針を与えている。このことは、流体力学のみならず物質混合を扱う分野に対して寄与するところ大である。よって、著者は、北海道大学博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。