

学 位 論 文 題 名

Charged and Neutral Vortex Excitations in a Mean Field Theory
for the Fractional Quantum Hall Effect

(分数量子ホール効果に対する平均場理論における荷電および中性渦糸励起状態)

学位論文内容の要旨

一様な磁場中における二次元電子系を考える。分数量子ホール効果は電子がランダウ準位に部分的につまっているような電子密度においてクーロン相互作用による多体効果によりエネルギーギャップが形成されることと不純物の効果により説明される。しかし、ランダウ準位が部分的にしかつまっていないとき、多体の電子状態は非常に大きな縮退を持ち、通常の摂動論によってクーロン相互作用による多体効果を調べるのは非常に困難である。ラフリンが提案した変分関数は分数ホール状態を良く記述していると認められているが、ラフリンの理論ではなぜこの変分関数が実際の物理系を良く記述するのか説明できないし、物理量を系統的に近似を良くして計算することができない。この論文では、非摂動論的な効果を取り入れるために汎関数積分法において平均場理論を構成し filling factor $\nu=1/3$ の量子ホール状態に適用した。我々の平均場理論では微視的なハミルトニアンから出発し電子場の二点相関関数に対する平均場解とそのまわりのゆらぎをに取入れることにより分数ホール状態とその励起状態を系統的に調べることができる。

まず、電子場の二点相関関数に対して bi-local な補助場 $U(x, y)$ を導入し、電子場を積分することにより U に対する有効作用を求め、その停留条件から平均場に対する self-consistency condition を求めた。平均場の形を電荷密度のゆらぎを表わす U の絶対値成分と dynamical なゲージポテンシャルを含む U の位相部分に分けることにより、self-consistency condition の式を一体

の電子に対する非線形シュレーディンガー方程式に書き換えることができる。その解として電子密度一定の量子ホール状態の基底状態に対応する解と、準粒子を含む励起状態に対応するトポロジカルな量で特徴づけられる解 (vortex 解) が最近得られた。この論文では特にトポロジカルな励起状態について詳しく解析した。

このトポロジカルな励起状態は vortex (渦) の配位を持ち、渦度と呼ばれる整数 n で指定される。この論文では渦度が 1 と 2 の場合について特に調べた。vortex 解には二種類あり、一つは荷電 vortex 解で分数電荷 $\pm ne/3$ 、分数角運動量 $\pm n/3$ を持つ。もう一つは中性 vortex 解で電荷も角運動量もゼロであった。また vortex の生成エネルギーは平均場エネルギーと平均場のまわりのゆらぎのエネルギーの和で計算した。反対の電荷を持つ荷電 vortex の対生成エネルギーからギャップエネルギーの磁場依存性を計算した結果、ラフリン理論等に基づく他の理論値と一致した。

我々の荷電 vortex 解はラフリン理論における quasihole と quasiparticle に相当する準粒子の励起状態を記述している。また、他の理論では得られていない中性 vortex の生成エネルギーは荷電 vortex の対生成エネルギーの約半分であった。この中性 vortex は渦度 2 を持ち、反対の電荷を持つ渦度 1 の二つの荷電 vortex の束縛状態であると考えられる。

self-consistent な vortex 解において電子状態は、非線形シュレーディンガー方程式を数値的に解いて一体の電子に対するエネルギー固有値を計算した結果、vortex の中心の近くに確率密度が分布している固有状態についてエネルギーの縮退が解けていることがわかった。例えば渦度 1 で電荷 $-e/3$ の vortex では一体の角運動量 $l=0$ の固有状態の固有値が他に比べて大きな値をとり、その結果として $l=0$ の固有状態が空いて電子密度が vortex の中心で $e/3$ だけ減少するという物理的解釈が可能である。縮退が一部分解けたことにより我々が構成した電子状態が平均場ハミルトニアンの固有状態ではなくなるという困難が生じる。しかし、この問題は補助場を導入する際の任意性をうまく利用することにより解決できることが判った。

結論として我々は場の量子論的手法を用いてトポロジカルな励起状態を系統的に調べ、ギャップエネルギーの磁場依存性や準粒子の性質を計算した。荷電 vortex はラフリン理論における準粒子と似た性質を持つことがわかった。中性 vortex は他の理論では得られていない準粒子であり、これが実験で見つかれば我々の理論を裏づける証拠となるだろう。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 石 川 健 三
副 査 教 授 藤 井 寛 治
副 査 教 授 河 本 昇
副 査 教 授 大 川 房 義

学 位 論 文 題 名

Charged and Neutral Vortex Excitations in a Mean Field Theory for the Fractional Quantum Hall Effect

(分数量子ホール効果に対する平均場理論における荷電および中性渦糸励起状態)

物理基礎定数の決定や抵抗標準に使われると共に、新しい型の非圧縮性量子液体として注目されている量子ホール効果の物理的解明は、その発見後約10年間で進展してきたが、まだ多くの未解決の問題が残されている重要な課題の一つである。申請者は、本研究において $1/3$ 占有数分数量子ホール液体を2点場平均場理論により調べ、励起状態である荷電渦糸、及び中性渦糸の性質を明らかにした。荷電渦糸が、既存の方法で求められていたものと同様の性質を持つことが確かめられると共に、異符号の2つの荷電渦糸からなる結合状態とみなせる新しく求められた中性渦糸が2つの荷電渦糸のエネルギーより小さなエネルギーを持つことが示された。これらは、分数量子ホール状態の重要な性質を決めるものであり、近い将来、実験による確認がなされることが期待される。

強磁場下での2次元電子は、エネルギー的に縮退したランダウ準位からなり、電子間相互作用の効果が極めて強い分数量子ホール液体における相互作用の取り扱いには、摂動論と異なる方法がとられる。分数量子ホール液体は非圧縮性流体である。磁場の効果で、通常の密度の揺らぎはエネルギーギャップをもつ。そのため、渦糸がこの系での励起状態をきめるという重要な働きをしている。よって渦糸の性質の解明は、量子ホール液体の理解にとって重要である。

申請者は、まず分配関数のフェルミオン場に関する経路積分表示で変数を2点ボソン場へと

変数変換し、2点ポテンシャル場に関する有効理論を導いた。次に2点ポテンシャル場に関する積分を停留点での値とそこでの揺らぎからの寄与の和として求める停留点近似（2点ポテンシャル場平均場近似）を使い分配関数、エネルギー等の物理量を計算した。停留点（平均場）の条件は、2点関数に関するself-consistencyの条件に一致する。この条件を満たす解として、空間的に一様なものが既に求められていた。申請者は新しく非一様であり、かつ一点の周りにトポロジ的な特異性を持ついくつかの渦糸の解を求め、その性質を明らかにした。

平均場としての渦糸は複雑な非線形微積分方程式の解として求められる。申請者は、数値的手段によりこの方程式を近似的に解き荷電渦糸、中性渦糸等いくつかの渦糸解を求めた。さらに、平均場からの揺らぎによる補正を次に調べた。補正項は2点関数に関する伝播関数、即ちある種の4点関数、を使い表わされた。最も大きな寄与をなす補正項の値がさらに具体的に求められ、それらに基づき渦糸の性質が以下の通り明らかにされた。

- (1) 渦糸は磁気長程度の空間的 大きさを持ち、内部の中心では密度が零となり外部の遠方では一様な密度となっている。
- (2) 荷電渦糸は分数電荷と分数角運動量をもつ。
- (3) 荷電渦糸より求まる活性化エネルギーは実験値より大きい。
- (4) 中性渦糸が新しく求められた。そのエネルギーは荷電渦糸対のエネルギーよりも小さくその半分より大きい。

荷電渦糸は、これまでの他の計算方法のものと良い一致を示している。新しくもとまった中性渦糸については本論文で初めて明らかにされたものである。

ここで理論的に明らかにされた荷電渦糸に関する事柄は実験との一致が概ね良い。中性渦糸に関する事柄は新しいものであり、近い将来に実験的検証が為されることが期待される。

本論文で申請者は、新しい計算方法に基づき新しい有意義な知見を得た。よって審査員一同は、申請者が博士（理学）の学位を受けるに十分な資格を有すると認めた。