

学 位 論 文 題 名

Theory of Liénard-Wiechert Potentials and Applications

(Liénard-Wiechert ポテンシャルの理論とその応用)

学位論文内容の要旨

Liénard-Wiechert ポテンシャルは、静電界における Coulomb ポテンシャルを点電荷が運動している場合も含むように拡張したものである。従って、点電荷を全ての電磁場の根源であるとする電気力学においては、これは最も正確なポテンシャルであるといえる。ところが、“点粒子”をソースとする“波動”方程式の特解という、この古典的な意味での粒子と波の二重性を有するこのポテンシャルは、通常の(非相対論的な)現象からは想像のできない極めて特徴的な性質を示す。

一方、このポテンシャルは、Lorentz の電子論、Einstein の相対性理論等の電気力学の発展を通じ、電気力学における内部矛盾という重大な問題に深く関わってきた。即ち、このポテンシャルは、「加速された荷電粒子からの放射」を予測する。これは、具体的にはシンクロトロン放射などの現象として確かめられている。しかしながら、この効果は、Lorentz 力方程式には現れない。従って、(Liénard-Wiechert ポテンシャルが電磁場の Maxwell 理論からの帰着であることを考えると) Lorentz 力方程式と電磁場の Maxwell 理論とはお互いに矛盾していることを意味する。これに対し、これまで多くのこの内部矛盾を解決する試みがあったが、未だ満足できるものはない。ただ、この現象の影響は、時間スケールで 10^{-23} 秒、あるいは空間スケールで 10^{-15} m のオーダーではじめて問題となる程度のもので、通常の現象では問題にならない。このため、上記の議論は現実的な必要性というよりもただ理論の整合性を論じるときに問題となるにすぎなかった。

しかしながら、実はこのスケールは全く現実離れしたものでもない。実際、近年の高エネルギー物理学の進歩に応じ、加速器内の粒子エネルギーもどんどん増大し、現状電子-陽電子衝突型シンクロトロンで 50 GeV 程度まで達し、将来的には TeV オーダーのエネルギー達成も計画されている。例えば、500 GeV の粒子エネルギーをもつシンクロトロンでさえ、それから放射される電磁波の波長は 4.47×10^{-16} m であり、電気力学の内部矛盾が問題になるオーダーとなる。

上記の背景を鑑みて、本論文では Liénard-Wiechert ポテンシャルに関わる理論の再検討を行う。Liénard-Wiechert ポテンシャルは、シンクロトロン放射、FEL などいろいろな応用に使われてきた。しかしながら、上記のような電磁場と粒子の相互作用に着目した議論は少ない。このような理論体系に関する議論は、現象に対する様々な面からの解釈を与え、かつ理論の適用範囲を明確にしてくれるという点で極めて重要であるのみならず、工学的問題を考える上での大きな指針を与えてくれる可能性を秘めている。

本論文では、まずはじめに、単振動をする荷電粒子モデルを例に、Liénard-Wiechert ポテンシャルの作る場がどのように通常の(非相対論的な)現象からかけはなれた様相を示すかを見ることから議論を始めている。このとき、因果関係式で定義される「遅延時間」という量が Liénard-Wiechert ポテンシャルの特徴的な性質の根源で

あることが示めされる。

そして、この遅延時間という量に着目し、Liénard-Wiechert ポテンシャルの新表示が導かれている。

これは、遅延時間にダランベール演算子を作用させたものがLiénard-Wiechert ポテンシャルになることを主張するきわめて単純な内容のものである。しかしながら、物理的・数学的考察から、この単純な関係式は実は以下のような主張が含まれていることが示されている。まず物理的な考察からは、

- ・ 新表示は、Liénard-Wiechert ポテンシャルのポテンシャル(Liénard-Wiechert 超ポテンシャル)の存在を主張している。
- ・ 新表示は、同時にLiénard-Wiechert ポテンシャルに帰着する Hertz テンソルをも定義している。
- ・ Bouwkamp&Casimir による標準的な電磁場の多重極展開の方法に従うと、上記のHertz テンソルから、Liénard-Wiechert ポテンシャルの作る場の多重極展開が得られる。
- ・ 新表示の特解としての超ポテンシャルの表示と、因果関係式を直接解いて得られる超ポテンシャルの表示とを比べることにより、Lorentz 力方程式に類似の式が得られる。また、量子力学のルールに従い微分演算子を運動量に置き換えて新表示を評価すると、それはKlein-Gordon 方程式の特別な場合と見なすことができる。従って、新表示は、何らかの「粒子の座標」と「ベクトルポテンシャル:電磁場の座標」との間の直接の関係式を示しているといえる。

次に数学的な考察からは、

- ・ 微分形式の理論におけるPoincaréの補題および一般化されたHelmholtzの定理から、Liénard-Wiechert 超ポテンシャル・Hertz テンソルの存在は、数学的にはきわめて必然的なものである。
- ・ Liénard-Wiechert ポテンシャル場とLiénard-Wiechert 超ポテンシャル場との間には、形式的であるがきわめて多くの類似性がある。
- ・ 電磁場のゲージ理論では、きわめて自然にファイバーバンドル構造が導入される。上記の類似性を用いると超ポテンシャル場に対しても自然にファイバーバンドル構造が導入されることができ。従って、超ポテンシャル場も含めた電磁場は、従来の電磁場と超ポテンシャル場の二つのファイバーからなる二重ファイバーバンドル構造を有する。

また、新表示とは直接関係ないが、数学的考察として次の点も示されている。

- ・ Liénard-Wiechert ポテンシャルは、あくまで非斉次波動方程式の特解である。しかし、何らかの境界がある場合は、系は積分方程式で記述される。4次元時空におけるGreenの定理を用いることにより、Liénard-Wiechert ポテンシャルの作る場の境界値問題を記述する(Liénard-Wiechert ポテンシャルをソース項にもつ)Kirchhoff積分方程式が導出できる。

そして最後の部分では、以上展開してきたLiénard-Wiechert ポテンシャルの理論の次の三つの具体的な問題への適用例を示している。

- ・ 新表示は、粒子の座標と電磁場の座標との間の直接の関係式であった。これは、「電磁場からの粒子軌道の推定を可能にしてくれる」ことを示唆している。即ち、何らかの方法で電磁場から超ポテンシャルを計算できればそれは粒子軌道が得られたことになる。ここでは以下の制約のもとでは新表示を用いて具体的に粒子軌道の推定方法を構成できることが示された。実際、数値計算でもこれは確かめられている。
 - 粒子系のみを考える。
 - 運動は、角周波数 ω の周期運動とする。
- ・ Liénard-Wiechert ポテンシャルの作る場の多重極展開式をシンクロトロン放射場に適用することにより、シンクロトロン放射の(放射パターンなどの)特徴的な性質は、多重極放射場の特徴としてきわめて自然に解釈できることが示された。

- ・ Liénard-Wiechert ポテンシャルをソースとする Kirchhoff 積分方程式を用い、最近加速器科学で問題となっている wake 場の 3 次元時間依存シミュレーション方法を定式化し、具体的な数値計算例が示された。

学位論文審査の要旨

主 査 教 授 本 間 利 久

副 査 教 授 田 頭 博 昭

副 査 教 授 榎 戸 武 揚

副 査 教 授 小 柴 正 則

学 位 論 文 題 名

Theory of Liénard-Wiechert Potentials and Applications

(Liénard-Wiechert ポテンシャルの理論とその応用)

近年、高エネルギー物理工学、とりわけシンクロトロン放射、自由電子レーザー等、相対論的領域での技術が要求される場面が工学においても目立ち始めている。Liénard-Wiechert ポテンシャルは、まさにこの高エネルギー物理工学において中心的な役割を果たす物理量である。一方、このポテンシャルは、Lorentz の電子論、Einstein の相対性理論等の電気力学の発展を通じ、電気力学の内部矛盾という重大な問題に深く関わってきた。即ち、このポテンシャルは、「加速された荷電粒子からの放射」を予測する。しかしながら、この効果は、Lorentz 力方程式には現れない。従って、Lorentz 力方程式と電磁場の Maxwell 理論とはお互いに矛盾していることを意味する。これに対し、これまで多くのこの内部矛盾を解決する試みがあったが、未だ満足できるものはない。

本論文では、上記の背景を鑑みて Liénard-Wiechert ポテンシャルに関わる理論の再検討を行っている。このような理論体系に関する議論は、現象に対する様々な面からの解釈を与え、かつ理論の適用範囲を明確にしてくれるという点で極めて重要であるのみならず、工学的問題を考える上での大きな指針を与えてくれる可能性を秘めている。

まずはじめに、単振動をする荷電粒子モデルを例に、Liénard-Wiechert ポテンシャルの作る場がどのように通常の(非相対論的な)現象からかけはなれた様相を示すかを見ることから議論を始めている。このとき、因果関係式で定義される「遅延時間」という量が Liénard-Wiechert ポテンシャルの特徴的な性質の根源であることが示めされている。そして、この遅延時間という量に着目し、Liénard-Wiechert ポテンシャルの新表示が導かれている。

この新表示は、遅延時間にダランベール演算子を作用させたものが Liénard-Wiechert ポテンシャルになることを主張するきわめて単純な内容のものである。しかしながら、この新表示に対する物理的・数学的な考察から、次のような多くの点が指摘されている。

- ・ Liénard-Wiechert ポテンシャルのポテンシャル(Liénard-Wiechert 超ポテンシャル)、および Liénard-Wiechert ポテンシャルに帰着する Hertz テンソルの存在
- ・ Liénard-Wiechert ポテンシャル場の多重極展開表示
- ・ 新表示からの、Lorentz 力方程式に類似の式の導出
- ・ 新表示の、Klein-Gordon 方程式の特別な場合としての解釈
- ・ Liénard-Wiechert 超ポテンシャル・Hertz テンソルの存在の数学的必然性
- ・ Liénard-Wiechert ポテンシャル場と Liénard-Wiechert 超ポテンシャル場との間の多くの類似性
- ・ 電磁場と超ポテンシャル場の二つのファイバーからなる、広い意味での電磁場の二重ファイバーバンドル構造の存在
- ・ Liénard-Wiechert ポテンシャルの作る場の境界値問題を記述する Kirchhoff 積分方程式の導出

そして最後の部分で、以上展開してきた Liénard-Wiechert ポテンシャルの理論の次の三つの具体的な問題への適用例が示されている。

- ・ 新表示が粒子の座標と電磁場の座標とを直接結び付ける公式であることに着目し、以下の制約のもとで、遠方電磁場から粒子軌道が推定可能であることが示されている。
 - 粒子系のみを考える。
 - 運動は、角周波数 ω の周期運動とする。
 実際、数値計算でもこれは確かめられている。
- ・ Liénard-Wiechert ポテンシャルの作る場の多重極展開式をシンクロトロン放射場に適用することにより、シンクロトロン放射の(放射パターンなどの)特徴的な性質は多重極放射場の特徴としてきわめて自然に解釈できることが示されている。
- ・ Liénard-Wiechert ポテンシャルをソースとする Kirchhoff 積分方程式を用い、最近加速器科学で問題となっている wake 場の3次元時間依存シミュレーション方法を定式化し、また具体的な数値計算例も示されている。

これを要するに、著者は、Liénard-Wiechert ポテンシャルの理論及びその応用に関して新知見を得たものであり、高エネルギー物理工学に対して貢献するところ大なるものがある。

よって著者は、北海道大学博士(工学)の学位を授与される資格あるものと認める。