

学位論文題名

ファジィ数演算の理論とその応用に関する研究

学位論文内容の要旨

近年、不確実性の様相の一部である曖昧さを対象とする数理的手段であるファジィ理論の発展に伴い、工学諸分野において、人間の主観や自然言語の曖昧さを取り入れた研究がみられるようになった。工学における様々なシステムやモデルを扱うのに最も多用されるのは、数と数式による表現および解析法であり、このような工学的手法に人間の主観や経験を効果的に取り入れるために、曖昧な概念や自然言語による表現を数量化してその演算を行う方法が必要とされている。このようなニーズを充足するものとして、ファジィ数とその演算に関する研究すなわちファジィ算法は重要な基本的課題である。

Zadeh によって提唱された従来のファジィ算法においては、ファジィ数の二項演算を考える上で基礎となるファジィ集合の直積が、 \min 演算を用いて表現されていた。この算法におけるファジィネスの取り扱い方は、誤差論における誤差限界の評価法と類似しており、本質的には区間演算法に帰着される。そのために理論的見通しがよく数値処理も容易であるという長所を持つが、同時に演算の繰り返しによってファジィネスが増大し、使用者の主観とはかけ離れた結果が得られるという問題がしばしば生じている。

このような問題点に対処し得る方法論として、Dubois および Prade は、ファジィ集合の直積を表す \min 演算を t -ノルムと呼ばれる関数族に一般化することを提案して、一般化ファジィ算法を定式化し、 t -ノルムの選択によってファジィ数の演算におけるファジィネスの増加傾向を制御できることを示唆した。

本研究は、この特徴を、人間の主観、経験、推論方法の多様性等に合わせて積極的に利用するという観点から、一般化ファジィ算法の工学への応用を目指した理論的および実用的基盤を提供することを目的としている。このような問題意識のもとに、本論文では、一般化ファジィ算法の基礎理論を集大成し、実用的な近似計算法を提案し、多くの数値例についてグラフ表現を用いて直感的に把握できるように説明している。

序論では、本研究の背景および位置づけについて概説している。

第1章では、ファジィ数の定義とその表現方法について述べ、ファジィ数の演算において重要な役割を果たす t -ノルムと ϕ -オペレータについて解説し、最後に著者の研究を補題の形で追加した。

第2章と第3章では、従来のファジィ算法について明らかにされていた諸性質を一般化ファジィ算法に対して数学的に拡張して論じ、新たに解明した性質と共に、過去の研究成果に一部修正や補完を加えて、体系的に整理した。

第2章では、一般化ファジィ算法におけるファジィ数演算の代数的性質を明らかにした。結果として、下半連続な t -ノルムに対して一般化された算法は、従来の算法と同様に単位的可換半群を成すことが示された。ここではそれらの新しい性質を6個の定理の形で整理し、その証明を詳細に記述した。

第3章では、前章において明らかになったように、ファジィ算法が逆元を持たない代数系であることを受けて、まず、Sanchez が従来のファジィ算法に対応させて考案した nonstandard 演算を、一般化ファジィ算法の場合に拡張してファジィ準逆演算として再定義した。次にファジィ準逆演算によるファジィ算法方程式の解法および方程式の可解性に関する新しい成果を述べた。さらにファジィ数演算と準逆演算を混在させたハイブリッド算法の性質を解明した。その結果は、ハイブリッド算法に関する定理として記述したが、ファジィ数の四則演算に関する算術としての公式集を与えるものである。

第4章では、ファジィ算法を計算機で実行する際の問題点を述べ、ファジィ数演算の実現方法すなわち実用的近似計算法を新たに提案した。演算結果のファジィ数の幅を算出するパラメータ公式群を、ファジィ数演算および準逆演算のそれぞれについて導出し、その詳細な証明を記述した。また、演算結果の幅のパラメータに関して、 t -ノルムは3つのクラスに、 t -ノルムに対応する ϕ -オペレータは2つのクラスにそれぞれ分類できることを示した。

第5章では、まず、これまでに提案されていた17種類の t -ノルムに対して ϕ -オペレータを導出し、さらに ϕ -オペレータに関してそれぞれの特徴を視覚的に把握できるようにグラフ表現することにより説明した。特に、 ϕ -オペレータの連続性、さきに提案したクラスに対するグラフ上での分類法を示し、各 ϕ -オペレータの与える値の大小関係について述べた。次に多くの数値例をとりあげて第4章で提案した計算法による計算結果を図示し、様々な t -ノルムによる演算の近似計算法として有効であることを確認すると同時に、各種 t -ノルムがファジィ数演算に及ぼす影響に関する個別具体的なデータを提供した。さらに一般化ファジィ算法の応用例として、ファジィ線形計画法と三段論法におけるファジィ量限定子を取りあげ、簡単な数値例を考察した。従来の算法によるファジィ線形計画法のように、クリスプな線形計画法に変形するためには、ファジィ演算結果とファジィ不等式の評価法の両面から制約式の線形性を保つ必要があることが、明らかになった。ファジィ量限定子の問題では、割合を表すファジィ数に関する乗算の例題を扱った。これは、推論におけるあいまいさの定量的取り扱いに対して、ファジィ算法が一つの理論的基礎を与えることができることを示したものである。

結論では、一般化ファジィ算法の基礎理論の構築、実用的計算法の考案、公式集およびデータ集の整備および応用について、本研究の成果を要約している。

学位論文審査の要旨

主査	教授	伊達	惇
副査	教授	新保	勝
副査	教授	大内	東
副査	教授	佐藤	義治

学位論文題名

ファジィ数演算の理論とその応用に関する研究

人間の主観や自然言語の曖昧さを取り入れた研究が近年の工学分野に多くみられるようになってきているが、この傾向には不確実性の様相の一部である曖昧さを対象とする数理的手段であるファジィ理論の発展が貢献している。ファジィ理論の方法論のうち、ファジィ推論は制御あるいはエキスパートシステムなどの分野においてすでに実用化が進められている。一方、対象に対する数と数式による表現および解析法を用いるという意味で、工学システムやモデルを扱う手法に共通するファジィ算法の分野においては、未解決の課題が多いのが現状である。

従来知られているファジィ算法には、演算の繰り返しによって曖昧さが増大し、使用者の主観とはかけ離れた結果が得られがちであるという問題がある。本論文では、ファジィ集合の直積を一般化することによって一般化ファジィ算法を構成し、曖昧さの増加傾向の制御を可能とするとともに、その理論的基礎および工学における実用の両面を論じている。

第1章では、ファジィ数の定義とその表現方法について述べ、ファジィ集合の直積演算とファジィ論理における含意演算を表す二種類の関数族の性質を明示し、次章以降で論ずるファジィ数の演算においてそれらが果たす役割を述べている。

第2章では、一般化ファジィ算法におけるファジィ数演算の代数的性質を明らかにしている。結果として、下半連続な t -ノルムに対して一般化された算法は単位的

可換半群を成すことを証明し、代数的諸性質を従来の算法と同様に扱えることを示すことにより、以下の章における議論の基礎を与えている。

第3章では、前章において明らかになったように、ファジィ算法が逆元を持たない代数系であることを受けて、まず、逆演算に準ずる演算すなわちファジィ準逆演算を導入し、それを用いた一般化ファジィ算法方程式の解法および方程式の可解性に関する考察を行っている。さらにファジィ数演算と準逆演算を混在させた一般化ハイブリッド算法の性質を解明し、一般化ファジィ算法の四則演算に関する公式集を作成している。

第4章では、ファジィ算法を計算機で実行する際の問題点を論じ、ファジィ数演算の実行に必要な実用的近似計算法を新たに提案している。また、その計算法において用いるパラメータの計算式を、ファジィ数演算および準逆演算のそれぞれについて導出し、実用的公式集として整理している。

第5章では、一般化ファジィ算法の具体的応用例を述べている。まず、ファジィ二項演算においてファジィ直積を与える関数族について既知の17種の関数を列挙してその性質を整理し、それぞれに対応して、準逆演算において必要な含意演算を表す関数を導出し、個々の関数の特徴を明示している。この関数の選択を通して、従来のファジィ算法が持つ欠点といえる曖昧さの過度の増加傾向を制御することを可能にした。さらに、多くの数値例をとりあげて第4章で提案された計算法による計算結果を図示し、一般化ファジィ算法の近似計算法としての有効性を確認すると同時に、ファジィ数演算による曖昧さの増減の様相に関する見通しを与えている。次に一般化ファジィ算法の応用例として、ファジィ線形計画法と三段論法におけるファジィ量限定子の問題を論じている。ファジィ線形計画法の計算は非ファジィ線形計画の問題に変形して実行されるが、一般化ファジィ算法の場合にはこの変形を可能とする必要条件があり、それを整備して提示している。ファジィ量限定子の問題については、従来法では表現できなかった人間の推論における多様性の新たな側面を、一般化ファジィ算法によって定量的に取り扱える可能性を考察している。

結論として、一般化ファジィ算法の基礎理論の構築、実用的計算法の考案、公式集およびデータ集の整備ならびにそれらの応用例による表示が本研究の主要な成果である。

以上のように本論文は、一般化ファジィ算法に関して、工学への応用上有益な知見を得たもので、情報工学の発展に寄与するところが大きい。よって、著者は、博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。