博士（工学）　朴　　勝　振

学位論文題名

積層平板の振動特性に関する研究

学位論文内容の要旨

複合材料が構造材料として使用され出したのは，カーボン（グラファイト）繊維の開発とともであり，今日ではGFRPやCFRPなどの繊維強化プラスチックなどを代表的なものとして挙げることができる。これは，カーボンなどの繊維を強化材として一方向に配列し，そのまわりをエポキシなどのプラスチック系樹脂（母材）で固めたものである。このような長繊維強化複合材料の利点は，従来の慣用材料に比べて比強度（強度／密度）と比剛性（剛性／密度）が極めて高いことであり，また所要の方向に意図した材料特性を与えることが可能なことである。そのため，構造軽量化が望まれる多くの工学分野で使用され，その用途は増々拡大の方向にある。しかしながら，複合材料は一般的に強い異方性を示すため，その静的および動的特性は従来の等方性材料とは明らかに異なり，複合材料から成る積層構造要素の設計においては，その静的な特性のみならず動的な特性を正確に把握することが基本的に重要である。特に，動的荷重を受ける主要構造要素への積極的な利用にあたっては，構造設計の基礎として振動特性を明らかにすることは非常に大事である。また，積層構造要素の動的特性を的確に把握するには，積層材料の材料特性，積層の状態（配向角や積層数），板の寸法（辺長比や板厚比）および境界条件等，数多くの考慮すべきパラメータが存在する。そのため，積層板の動特性を簡便に，かつ高精度に評価出来る実用的解析手法の重要性も増々高まっている。

本論文では，このような現状を踏まえて，長繊維強化複合材料から成る積層平板の振動特性を理論的に明らかにする。まず，相対する2辺が単純支持され，他の辺が任意な支持条件の逆対称アングル・プライおよびクロス・プライ積層板の自由振動問題を選点法により離散化し解析する近似解法を提案し，本解析法による数値計算を実施し，各種パラメータがその振動特性に与える影響を検討する。次に，従来から振動特性の理解に有効であることが知られていたが，積極的に採用されることがなかったひずみエネルギー解析を試み，各種パラメータのせん断変形や異方性の度合いに及ぼす影響を定量的に明らかにする。さらに，構造物に対する荷重条件が次第に厳しくなる場合への積層板の適用を考慮して，積層板の安定性を検討するための基礎的資料の蓄積を

目的に一方向に一定な初期圧縮応力が作用する場合の積層板を対象にし，その振動特性を明らかにする。

第1章は諸論であり，本研究の目的と意義について述べ，また積層平板の自由振動問題に関する既往の研究や各章の概要について記した。

第2章では，第4章で取り上げる無負荷の自由振動問題，および第5章で取り扱う負荷時の自由振動問題を記述するのに必要な基礎運動方程式を示す。ここでは，繊維強化複合材料の積層板は，強い異方性を示すとともに，面内剛性と曲げ剛性に対して面外せん断剛性が極めて小さいのが特徴であり，等方性板に比較して面外せん断変形が生じやすく古典理論の適用範囲が制限されるので，せん断変形を考慮したいわゆる1次せん断変形理論に基づいて基礎方程式を誘導する。特に，初期圧縮応力が作用する積層板の運動方程式は，従来考慮されることが少なかった曲率項を取り入れて導かれた。

第3章は，無負荷時の積層平板の自由振動問題を簡便で精度よく解く近似解法の確立を目的に，従来，積層板に対しては採用されることがなかった直交多項式の零点を選点とする選点法による定式化について述べた。

第4章では，初期応力が作用しない場合の逆対称アングル・プライ積層板および逆対称クロス・プライ積層板を対象にし，固有振動数解析と従来その有用性が指摘されていたが，積極的に用いられることが少なかったひずみエネルギー解析を実施し，積層板の振動特性を定量的に把握することを試みた。ここではまず，固有値問題の解法に用いた選点法の特徴を生かし，選点を標本点，固有モード値を関数値とする補間型積分則によるひずみエネルギー解析法を示し，その有効性を明らかにした。次に数値計算を行い，各種パラメータ（剛性比，板厚比，配向角，積層数）の固有振動数に与える影響を調べるとともに，異方性の影響は剛性比が大きい程，板厚比が大きい（薄い積層板）程，積層数が少ない程，また単純－単純の支持条件で強く現われること，一方せん断変形の影響は，剛性比が大きい程，板厚比が小さい（厚い積層板）程，積層数が多い程，また固定－固定の支持条件で著しいことを明らかにした。

第5章では，一方向に一定な初期圧縮応力が作用する逆対称アングル・プライ積層板および逆対称クロス・プライ積層板を対象にし，その振動特性を明らかにした。ここでは，各ラミナの密度が一定という前提のもとにまず，無負荷時の固有振動方程式，座屈固有方程式および負荷時の固有振動方程式の相互の固有値の近似性に着目し，無負荷時の固有振動数さえ既知であれば，座屈応力係数および負荷時の固有振動数が評価できる算定式を新たに提示した。算定式は曲率項を考慮する場合にのみ得られるもので，その結果，負荷時の任意の固有モードおよび作用応力レ

ベルに対する固有振動数の算定が，無負荷時の振動数データを集積した設計ハンドブック的な資料が手元にあれば容易に行えることになった。さらに算定式より①固有振動数の2乗は，作用圧縮応力に比例して減少すること。②作用応力の変化に対する固有振動数の2乗の変化率(変動率)は，初期応力の作用方向の波数が規定されれば，作用方向に直角方向の波数に依存しないこと，および③変化率は，初期応力の作用方向の波数が座屈係数を与える波数より大きければ大きく，逆の場合は小さくなる等の固有振動特性が明らかになった。

第6章は結論で，本論文で得られた研究成果を取りまとめている。

学位論文審査の要旨

主　査　教　授　芳　村　　仁
副　査　教　授　角　田　與史雄
副　査　教　授　佐　伯　　昇
副　査　教　授　山　田　　元

長繊維強化複合材料から成るラミナを積層して得られる積層板は，その優れた力学特性のため多くの工学分野で使用されつつあるが，動的荷重を受ける主要構造要素への積極的利用にあたっては，構造設計の基礎として振動特性を明らかにすることが重要である。さらに，積層構造要素の動的特性を的確に把握するには，積層材料の材料特性，積層の状態（配向角や積層数），板の寸法（辺長比や板厚比）および境界条件等，数多くの考慮すべきパラメータが存在する。そのため，積層板の動特性を簡便に，かつ高精度に評価出来る実用的解析手法の重要性も益々高まっている。

本論文では，このような現状を踏まえて，積層平板の振動特性を理論的に明らかにしたものである。そのため，相対する2辺が単純支持され，他の辺が任意の条件によって支持される場合の逆対象アングル・プライおよびクロス・プライ積層板の自由振動問題を選点法により離散化し解析する近似解法を提案し，各種パラメータがその振動特性に与える影響を検討している。次に，従来から振動特性の理解に有効であることが知られていたが，積極的に採用されることのなかったひずみエネルギー解析を試み，各種パラメータのせん断変形や異方性の度合いに及ぼす影響を定量的に明らかにしている。

さらに，構造物に対する荷重条件が次第に厳しくなる場合への積層板の適用を考慮して，積層板の安定性を検討するための基礎的資料の蓄積を目的に，一方向に一定な初期圧縮応力が作用する場合の積層板を対象にし，その振動特性を明らかにしている。

第1章では，本研究の目的と意義について述べ，既往の研究や各章の概要について記している。

第2章では，第4章で取り上げる無負荷の自由振動問題，および第5章で取り扱う負荷時の自由振動問題を記述するのに必要な基礎運動方程式を示している。ここでは積層板は強い異方性を示すとともに，面内剛性と曲げ剛性に対して面外せん断剛性が極めて小さいのが特徴であり，等方性板に比較して面外せん断変形が生じやすく古典理論の適用範囲が制限されるので，せん断変形を考慮したいわゆる1次せん断変形理論に基づいて基礎方程式を誘導している。特に，初期圧縮応力が作用する積層板の運動方程式は，従来考慮されることが少なかった曲率項を取り入れて導かれている。

第3章は，無負荷時の積層平板の自由振動問題を簡便で精度よく解くための近似解法の確立のため，従来，積層板に対しては採用されることのなかった直交多項式の零点を選点とする選点法による定式化について述べている。

第4章では，初期応力が作用しない場合の逆対称アングル・プライ積層板および逆対称クロス・プライ積層板を対象にし，固有振動数解析と従来その有用性が指摘されていたが，積極的に用いられることが少なかったひずみエネルギー解析を実施し，積層板の振動特性を定量的に把握することを試みている。ここではまず，選点法の特徴を生かしたひずみエネルギー解析法を提示し，その有用性を明らかにしている。次に数値計算を行い，各種パラメータ（剛性比，板厚比，配向角，積層数）の固有振動数に与える影響を調べ，異方性の影響は剛性比が大きい程，積層数が少ない程，また単純－単純の支持条件の場合に強く現われること，一方せん断変形の影響は，剛性比が大きい程，積層数が多い程，また固定－固定の支持条件で著しいことを明らかにしている。

第5章では，一方向に一定な初期圧縮応力が作用する積層板を対象とし，その振動特性を明らかにしている。ここではまず，無負荷時の固有振動方程式，座屈固有方程式および負荷時の固有振動方程式の相互の固有値の相似性に着目し，無負荷時の固有振動数さえ既知であれば，座屈応力係数および負荷時の固有振動数が評価できる算定式を新たに提示している。算定式は曲率項を考慮する場合にのみ得られるもので，その結果，負荷時の任意の固有モードおよび作用応力レベルに対する固有振動数の算定が，無負荷時の振動数データを集積した設計ハンドブック的な資料が手元にあれば容易に行えることになった。さらに，動的安定性を検討する上で重要となる座屈モードを規定する波数の振動特性に与える影響を明らかにしている。

これを要するに，本論文は積層板の自由振動問題に対する実用的解析法を開発し，それに基づき，振動特性に関して多くの知見を得ており，構造力学の進歩に寄与するところが大である。よって，著者は博士（工学）の学位を授与される資格あるものと認める。